

Lekcja: MATEMATYKA	Data:	Klasa I PP/PR
--------------------	-------	---------------

Temat: Okrąg opisany na trójkącie
-----------------------------------

<p><u>Powiązanie z wcześniejszą wiedzą:</u>          Uczniowie potrafią rozpoznać symetralną odcinka oraz konstruować okrąg opisany na trójkącie</p>
--

<p><u>Cele sformułowane w języku ucznia:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Nauczycie się wyznaczać długości promieni okręgów opisanego na wybranych trójkątach</li> </ul>
--

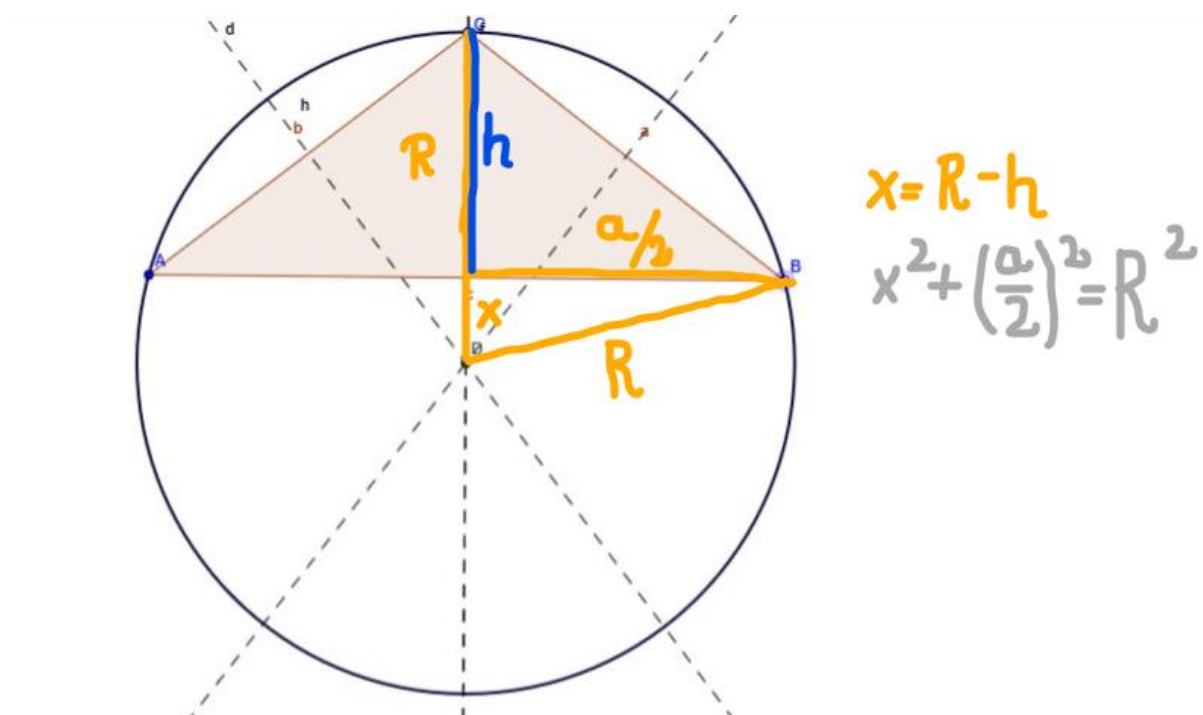
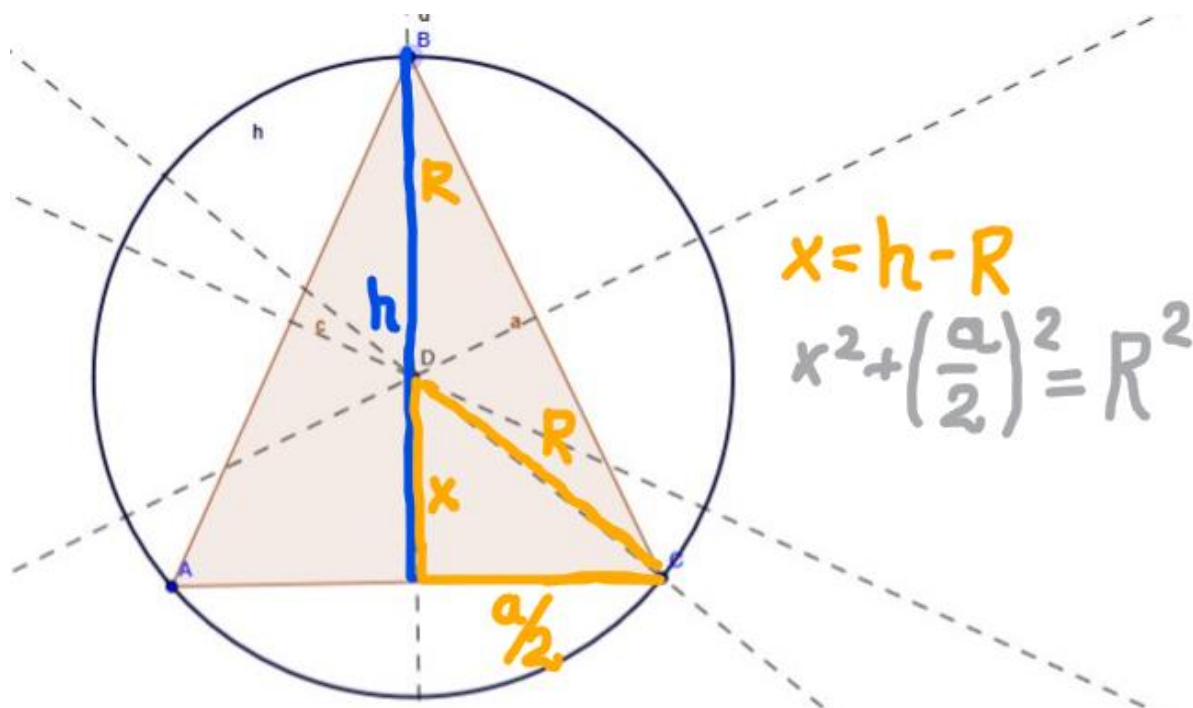
<p><u>Kryteria sukcesu (co uczniowie będą potrafili po lekcji):</u>          Po lekcji:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Określam położenie środka okręgu opisanego w zależności od rodzaju trójkąta (ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny)</li> <li>2. Obliczam długości promieni okręgów opisanych na trójkątach: równobocznym, prostokątnym i równoramiennym</li> </ol>
---

<p>Przebieg lekcji (metody i aktywności):</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Nawiązanie do wiedzy nabytej przez uczniów</li> </ol> <p>Zadanie na dobry początek:  <a href="https://epodreczniki.pl/a/okrąg-opisany-na-trojkacie/DMJEkHUFz">https://epodreczniki.pl/a/okrąg-opisany-na-trojkacie/DMJEkHUFz</a></p> <p>Wyobraźmy sobie, że w pewnym powiecie należy wybudować stację benzynową w takim miejscu, aby znajdowała się w takiej samej odległości od każdej z miejscowości A, B i C.</p> <p>Zakładamy przy tym, że w pobliżu tych miejscowości nie ma jeziora, nie płynie rzeka, ani nie znajdują się żadne inne przeszkody, uniemożliwiające wybudowanie w danym punkcie stacji benzynowej.</p> <p>Zastanów się, jak znaleźć miejsce, w którym należy wybudować stację benzynową.</p> <p><i>- N-I poleca zastanowić się uczniom i w parach poszukać odpowiedzi na zadany problem. (2 min)</i></p> <p><i>- Nauczyciel zbiera pomysły od uczniów, a następnie wyświetla dostępny aplet (link podany wyżej) i wspólnie z uczniami analizuje problem</i></p> <p>Wniosek: szukane miejsce to środek okręgu opisanego na trójkącie</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>2. Podanie tematu, celów lekcji w języku ucznia oraz kryteriów sukcesu</li> <li>3. Praca nad kryterium nr 1</li> </ol> <p>- N-I wykorzystuje aplet geogebra, prosi uczniów o obserwację położenia środka okręgu opisanego na trójkącie.  <a href="https://www.geogebra.org/m/VUsqPBcB">https://www.geogebra.org/m/VUsqPBcB</a></p> <p><i>- N-I prosi wybranych uczniów, aby podsumowali informacje dotyczące położenia środka okręgu opisanego na trójkącie (losuje osobę do odpowiedzi – każdy uczeń podaje jedną informację – należałoby się upewnić czy wszyscy uczniowie wiedzą co to jest symetralna)</i></p>	<p>Uwagi – wersja lekcji zdalnej</p> <p>Zamiast w parach uczniowie rozwiązują indywidualnie problem</p> <p>W tym przypadku można uczniom polecić analizę przykładu nr 2 w e-podręcznikach i samodzielne zapisanie wniosków (link w pkt 1)</p>
---	---

<p>4. Praca nad kryterium nr 2 (forma pracy w zależności od zadania: z całą klasą, w małych grupach lub indywidualnie)</p> <p>A. Trójkąt równoboczny  <i>N- I prosi wybranych uczniów, aby przypomnieli sposób wyznaczania promienia okręgu opisanego na trójkącie równobocznym</i>  Zad.1*  Oblicz długość promienia okręgu opisanego na trójkącie równobocznym o boku długości 6 cm.  Zad. 2*  Wysokość trójkąta równobocznego jest o 3 cm dłuższa od promienia okręgu opisanego na tym trójkącie. Oblicz długość boku tego trójkąta.</p> <p>B. Trójkąt prostokątny  <i>N- I przywołuje uczniom sytuację, kiedy obserwowali okrąg opisany na trójkącie prostokątnym . Prosi o wyciągnięcie i zapisanie wniosku</i>    Zad 3* (praca samodzielna lub w parach)  Oblicz promień okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym, którego przyprostokątne mają długość 24 cm i 7 cm.  Zad. 4*  W trójkącie prostokątnym wysokość poprowadzona na przeciwprostokątną jest równa 4cm. Spodek tej wysokości leży w odległości <math>1\frac{1}{6}</math> cm od środka okręgu opisanego w trójkącie. Oblicz  a) promień okręgu opisanego na tym trójkącie  b) długości boków trójkąta</p> <p>** Monitorowanie realizacji 2-go kryterium sukcesu (pkt A i B) – samoocena w postaci „świateł” drogowych lub kciuków</p> <p>C. Trójkąt równoramienny  <i>Uwaga: warto pokazać uczniom dwie metody wyznaczania długości promienia okręgu opisanego na trójkącie równoramiennym</i>    <u>Metoda I</u> – wykorzystanie Tw. Pitagorasa  Zad 5  a) Trójkąt równoramienny ostrokątny  Dane są długości boków trójkąta równoramiennego ostrokątnego: 25, 25, 14. Wyznacz długość promienia okręgu opisanego na tym trójkącie.</p> <p>Załącznik nr 1 – rysunek pomocniczy</p> <p><i>Warto ustalić kryteria do poprawnie rozwiązanego zadania, które wskażą na kolejne etapy rozwiązywania tego zadania</i>  Kryteria:  1. wyznaczam wysokość trójkąta <math>h</math> (wykorzystuję tw. Pitagorasa)  2. wskazuję na rysunku tzw. „mały trójkąt prostokątny o przyprostokątnych <math>a/2</math> oraz <math>x=h-R</math> oraz przeciwprostokątnej <math>R</math>  3. zapisuję tw. Pitagorasa dla tego trójkąta  4. wyznaczam <math>R</math></p>	<p>Warto przypomnieć uczniom wzory i zależności:</p> $R = \frac{2}{3} h$ $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ $R = \frac{1}{2} c$ <p><math>R=S_c</math> (średkowa poprowadzona z wierzchołka kąta prostego)</p> <p>Uczeń zapisuje własną refleksję w zeszycie</p> <p>Załącznik nr 1 będzie wskazanym materiałem pomocniczym dla ucznia</p>
--	--

<p>b) Trójkąt równoramienny rozwartokątny Dane są długości boków trójkąta równoramiennego rozwartokątnego: 13, 13, 24. Wyznacz długość promienia okręgu opisanego na tym trójkącie. <i>Korzystamy z tych samych kryteriów, co w pkt a) zad, zwracamy uwagę uczniów, że w pkt 2 kryterium odcinek <math>x = R - h</math></i></p> <p><u>Metoda II</u> – wykorzystanie wzorów na pole trójkąta</p> <p>Wprowadzamy nowy dla uczniów wzór na pole trójkąta: <math>P = \frac{abc}{4R}</math> <i>a, b, c – długości boków trójkąta; R – promień okręgu opisanego na trójkącie</i></p> <p>Zad 6 – proponuję przykład b) z zadania 5 rozwiązać II metodą</p> <p>5. Przypomnienie celu lekcji i kryteriów sukcesu. Podsumowanie lekcji – metoda zdań podsumowujących (w odniesieniu do celu i kryteriów)</p> <p>6. Zadanie i omówienie pracy domowej (propozycja w załączniku nr 2)</p>	<p>Wskazówka dla ucznia – kryteria do zadania 1. obliczę pole trójkąta na dwa sposoby <math>P = \frac{1}{2}ah</math> oraz <math>P = \frac{abc}{4R}</math> 2. Porównam otrzymane "pola" 3. Wyznaczę R z otrzymanego równania</p>
<p><u>Notatki i dodatkowe ćwiczenia:</u> AD.11 Dokończ jedno ze zdań: - Na dzisiejszej lekcji nauczyłam się .... - Na dzisiejszej lekcji trudne było ... - Na dzisiejszej lekcji zaskoczyło mnie .... lub inne zdanie, które wyda Ci się odpowiednie.</p>	
<p><u>Praca domowa:</u> Proponowane zadania* w załączniku nr 2</p>	
<p><u>Materiały i pomoce dydaktyczne:</u> Zad* pochodzą z „Matematyka. Zbiór zadań do liceum i technikum klasa 1 – poziom podstawowy” M. Kurczab, E. Kurczab, E. Świda e-materiały (linki do materiałów e-podręczników i apletu z geogebry)</p>	
<p><u>Wskazówki dla osób korzystających ze scenariusza</u> Jeśli jest propozycja pracy samodzielnej lub w parach, należy pamiętać o indywidualnych potrzebach i możliwościach uczniów. Być może trzeba rozwiązać zadanie wspólnie z całą klasą. Warto jednak zachęcać uczniów do współpracy i wzajemnego uczenia się.</p> <p><b>**</b> Warto w tym momencie zrobić tzw. „stop klatkę” zanim przejdziemy do wyznaczania długości promienia okręgu opisanego na trójkącie równoramiennym, ponieważ do tego momentu lekcji bazujemy na wiedzy uczniów nabytej w gimnazjum.</p> <p>W tzw. „dobrej klasie” zaplanowane cele i kryteria lekcji można zrealizować w czasie jednej jednostki lekcyjnej. W zależności z jaką klasą pracujemy, warto rozważyć poćwiczenie umiejętności z 2-go kryterium na dodatkowej lekcji.</p>	

Załącznik nr 1 – rysunki pomocnicze



Załącznik nr 2- zadania do pracy domowej

1. \*Promień okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym jest równy 6 cm. Oblicz odległość środka ciężkości tego trójkąta od wierzchołka kąta prostego.  
*(środek ciężkości trójkąta to punkt przecięcia środkowych)*
2. \*Promień okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym jest równy wysokości opuszczonej na przeciwprostokątną i wynosi 7 cm. Oblicz obwód trójkąta.
3. \*Dane są długości boków trójkąta równoramiennego
  - a) 17cm, 17cm, 30cm
  - b) 61cm, 61cm, 120cmSprawdź, czy dany trójkąt jest ostrokątny, prostokątny czy rozwartokątny. Oblicz promień okręgu opisanego na tym trójkącie.

*Można np. zaproponować uczniom, aby jeden z pkt w zad. 3 wykonali na dwa poznane sposoby w celu ich przećwiczenia.*