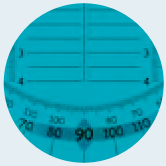
Erasmus+

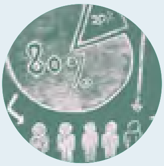
**„RÓŻNE KULTURY – JEDNA TOŻSAMOŚĆ”**

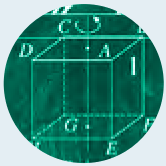
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach programu ERASMUS+

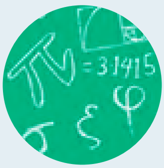


# MATEMATYKA

## konspekty lekcji







# MATEMATYKA

## konspekty lekcji

Erasmus+

„RÓŻNE KULTURY – JEDNA TOŻSAMOŚĆ"
Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach programu ERASMUS+

Partnerzy projektu: Fundacja „Dla Polonii", Macierz Szkolna na Litwie i Ogólnokrajowa Szkoła Polska na Węgrzech.

Informacje o projekcie i konspekty lekcji znajdziesz na portalu **http://e-akademia.net/**

Scenariusz lekcji został opracowany podczas realizacji projektu „Różne kultury – jedna tożsamość", współfinansowanego ze środków Unii Europejskiej z programu ERASMUS+.
Partnerzy projektu: Fundacja „Dla Polonii", Macierz Szkolna na Litwie i Ogólnokrajowa Szkoła Polska na Węgrzech.
Informacje o projekcie i konspekty lekcji znajdziesz na portalu **http://e-akademia.net/**



Autorzy lekcji:
**Agata Kubiak**
**Bożena Stanisławska**

Wydawca:
**Fundacja „Dla Polonii"**
**www.fundacjadlapolonii.pl**

Wydawnictwo:
**Non omnis**
**www.nonomnis.pl**

Projekt graficzny i skład:
**Joanna Skoczkowska**
**Czwarta Fala Sp. z o.o.**
**www.czwartafala.pl**

Warszawa 2018

ISBN 978-83-63139-56-8

# Spis treści

# Zdanie w sensie logiki, negacja, koniunkcja i alternatywa zdań

Logika matematyczna część 1

## Cele lekcji:

Uczeń:
- Zna i rozumie pojęcia:
  - – zdanie w sensie logiki,
  - – zdanie prawdziwe,
  - – zdanie fałszywe,
  - – negacja zdania,
  - – koniunkcja i alternatywa zdań

  oraz definiuje je w języku polskim
- Precyzyjnie formułuje myśli w mowie i w piśmie w języku polskim
- Zapisuje koniunkcję i alternatywę zdań
- Odczytuje zapisane zdania z użyciem poznanych symboli
- Określa prawdziwość zdań

## Formy pracy:

- praca indywidualna;
- praca w zespole.

## Metody pracy:

- krótkie wykłady
- pogadanka;
- ćwiczenie – rozwiązywanie zadań
- burza mózgów, dyskusja

## Pomoce dydaktyczne:

- słowniczek z zagadnieniami matematycznymi
- zestaw zadań
- tablica

## Przebieg lekcji:

1. Przedstawienie celów zajęć.
2. Pogadanka na temat podstawowych pojęć (zdanie w sensie logiki, zdanie prawdziwe, zdanie fałszywe), które uczniowie mieli poznać w języku polskim i utrwalić korzystając ze Słowniczka z zagadnieniami matematycznymi.
3. Uczniowie w parach rozwiązują zadanie 1a, b, c, d, e, f.
4. Jedna osoba odczytuje rozwiązania swojej pary, zapisując odpowiedź na tablicy. Dopisuje także odpowiedzi innych par o ile były inne. Uczniowie dyskutują nad rozwiązaniami sprzecznymi, uzasadniając swój tok rozumowania, następnie przy pomocy nauczyciela określają poprawne odpowiedzi.
5. Wykład/pogadanka na temat negacji zdania oraz na temat alternatywy i koniunkcji zdań (korzystanie ze słowniczka). Określenie kiedy w/w zdania są prawdziwe a kiedy fałszywe.
6. Podział klasy na 5 grup. Praca w grupach nad zadaniem nr 2a, b, c, d.
7. Przedstawienie przez liderów grup rozwiązań z uzasadnieniem. Poprawienie w grupach błędów i ustalenie ostatecznych, poprawnych rozwiązań.
8. Samodzielna praca nad zadaniem 3a, b, e, f, g i omówienie zadania przy tablicy.
9. Podsumowanie, utrwalenie poznanych pojęć.
10. Dokończenie zadań: 1, 2, 3.

Autorka konspektu:
Agata Kubiak, nauczycielka matematyki w Liceum Ogólnokształcącym Niepublicznym Kolegium św. Stanisława Kostki w Warszawie.
Więcej lekcji znajdziesz pod adresem: www.e-akademia.net





# Implikacja i równoważność zdań.

Logika matematyczna część 2

## Cele lekcji:

Uczeń:
- zna i rozumie pojęcia: implikacja i równoważność zdań oraz definiuje je w języku polskim,
- precyzyjnie formułuje myśli w mowie i w piśmie w języku polskim,
- zapisuje implikację i równoważność zdań,
- odczytuje zapisane zdania z użyciem poznanych symboli,
- określa prawdziwość zdań,
- określa, czy dane twierdzenie jest implikacją, czy równoważnością,
- rozwijanie umiejętności współpracy przy rozwiązywaniu problemów.

## Formy pracy:

- praca indywidualna;
- praca w zespole.

Metody pracy:
- krótkie wykłady
- pogadanka;
- ćwiczenie – rozwiązywanie zadań
- burza mózgów, dyskusja

## Pomoce dydaktyczne:

- słowniczek z zagadnieniami matematycznymi
- zestaw zadań
- tablica

## Przebieg lekcji:

1. Przedstawienie celów zajęć.
2. Przypomnienie zagadnień poznanych na ostatniej lekcji z logiki matematycznej.
3. Wykład/pogadanka na temat implikacji i równoważności zdań (korzystanie ze słowniczka). Określenie kiedy w/w zdania są prawdziwe a kiedy fałszywe.

4. Podział klasy na 5 grup. Praca w grupach nad zadaniem nr 4a,c,d i 5a.
5. Przedstawienie przez liderów grup rozwiązań z uzasadnieniem. Poprawienie w grupach błędów i ustalenie ostatecznych, poprawnych rozwiązań.
6. Problemy do samodzielnego rozwiązania:
   a) Jak inaczej można zapisać zdanie „p wtedy i tylko wtedy, gdy q"?
   b) Podać po 3 przykłady zdań w postaci implikacji, równoważności – prawdziwych oraz po 3 przykłady – fałszywych.
7. Nauczyciel chodząc po klasie rozmawia indywidualnie z uczniami nad poprawnością rozwiązywanego problemu.
8. Korzystając ze Słowniczka uczniowie próbują zgłębić i zrozumieć czym jest twierdzenie matematyczne, twierdzenie odwrotne do danego i na czym polega dowód i rozwiązują zad 6a, b, c.
9. Wspólne omówienie przy tablicy poprawności rozwiązań.
10. Podsumowanie zajęć, powtórzenie i utrwalenie nowo poznanych pojęć i ponowne zdefiniowanie ich w języku polskim.
11. Dokończenie zadań: 4, 5, 6 oraz zadanie 7.

Autorka konspektu:
Agata Kubiak, nauczycielka matematyki w Liceum Ogólnokształcącym Niepublicznym Kolegium św. Stanisława Kostki w Warszawie.
Więcej lekcji znajdziesz pod adresem: **www.e-akademia.net**





# Prawa rachunku zdań, zaprzeczanie zdań.

Logika matematyczna część 3

## Cele lekcji:

Uczeń:
- zna i rozumie czym są prawa rachunku zdań, prawa de Morgana oraz definiuje je w języku polskim;
- precyzyjnie formułuje myśli w mowie i w piśmie w języku polskim;
- poprawnie zaprzecza koniunkcji, alternatywie, implikacji i równoważności;
- rozwija umiejętności współpracy przy rozwiązywaniu problemów.

## Formy pracy:

- praca indywidualna;
- praca w zespole.

## Metody pracy:

- krótkie wykłady
- pogadanka;
- ćwiczenie – rozwiązywanie zadań
- burza mózgów, dyskusja

## Pomoce dydaktyczne:

- słowniczek z zagadnieniami matematycznymi
- zestaw zadań
- tablica

## Przebieg lekcji:

1. Przedstawienie celów zajęć.
2. Przypomnienie i utrwalenie zagadnień poznanych na ostatnich lekcjach z logiki matematycznej – bardzo silny nacisk na poprawność językową.
3. Zdefiniowanie pojęcia: Prawo rachunku zdań. Wprowadzenie Prawa de Morgana i udowodnienie prawdziwości.

4. Wykład/pogadanka na temat zaprzeczania: koniunkcji, alternatywie, implikacji zdań (korzystanie ze słowniczka).
5. Problemy do samodzielnego rozwiązania:
   Jak zaprzeczyć równoważności. Czyli $\sim(p \Leftrightarrow q)$?
6. Praca w parach nad zadaniem nr 8a, b, e i 9a, b, d.
7. Jedna osoba z pary, przy tablicy, przedstawia kolejno rozwiązania przykładów. Ewentualnie, przy błędnych rozwiązaniach na bieżąco wspólnie poprawiamy. Dyskutujemy i wyjaśniamy każdy najdrobniejszy problem.
8. Samodzielnie młodzież udowadnia, że prawa z zadania 10a, d, f są prawem rachunku zdań.
9. Nauczyciel chodząc po klasie rozmawia indywidualnie z uczniami ewentualnymi problemami.
10. Podsumowanie zajęć, powtórzenie i utrwalenie pojęć dotyczących logiki i ponowne zdefiniowanie ich w języku polskim.
11. Dokończenie zadań: 8, 9, 10.

Autorka konspektu:
Agata Kubiak, nauczycielka matematyki w Liceum Ogólnokształcącym Niepublicznym Kolegium św. Stanisława Kostki w Warszawie.
Więcej lekcji znajdziesz pod adresem: **www.e-akademia.net**

# Zbiór i jego elementy

Konspekt do lekcji matematyki

## Cele lekcji:

Uczeń:
- zna i rozumie pojęcia [ pojęcie pierwotne, zbiór, element zbioru, podzbiór, zawieranie, zbiory rozłączne] oraz definiuje je w języku polskim;
- precyzyjnie formułuje myśli w mowie i w piśmie w języku polskim;
- sprawnie posługuje się tak językiem matematycznym, polskim jak i symbolicznym;
- rozwija umiejętność logicznego wnioskowania;
- podaje przykłady różnych zbiorów mających określoną własność;
- określa przynależność elementów do zbioru, zapisuje to symbolicznie;
- klasyfikuje zbiory ze względu na liczbę elementów;
- wymienia podzbiory danego zbioru;
- uczy się współpracy w zespole.

## Formy pracy:

- praca indywidualna;
- praca w zespole.

## Metody pracy:

- pogadanka;
- ćwiczenie – rozwiązywanie zadań
- burza mózgów, dyskusja

## Pomoce dydaktyczne:

- słowniczek z zagadnieniami matematycznymi
- zestaw zadań
- tablica

## Przebieg lekcji:

1. Przedstawienie celów zajęć.

2. Pogadanka na temat podstawowych pojęć : pojęcie pierwotne, zbiór, element zbioru, podzbiór, zawieranie, zbiory rozłączne – praca ze słowniczkiem. Zapisanie definicji w zeszytach.
3. Każdy samodzielnie podaje przykład zbioru skończonego, nieskończonego, 3 elementowego i pustego. W każdym ze zbiorów wskazują po jednym podzbiorze. Nauczyciel chodząc po klasie indywidualnie rozwiązuje wynikłe problemy.
4. Klasę dzielimy na 5 grup i uczniowie w grupach rozwiązują zadanie 11a, b, c, d, ucząc się, utrwalając i tłumacząc na język polski kolejne pojęcia matematyczne, często znane im ale w swoich językach – praca ze słowniczkiem
5. Liderzy grup przedstawiają przy tablicy rozwiązania. W przypadku niezgodności, dyskutując starają się ustalić poprawne rozwiązanie. Ostatecznie nauczyciel zatwierdza poprawność zadań.
6. Zadania 12a, b i 13 rozwiązują uczniowie w zeszytach i losowo wybrana osoba przy tablicy uzasadnia swój tok myślenia. W razie niejasności nauczyciel pozwala wypowiedzieć się wszystkim aby móc skorygować błędy myślowe.
7. Informując młodzież, że liczba podzbiorów zbioru n-elementowego jest równa 2n, zlecić aby samodzielnie znaleźli wszystkie podzbiory zbioru {a ,b, c, d}.Po pewnym czasie poprosić jednego ucznia aby zapisał na tablicy podzbiory, które udało mu się odnaleźć. Gdy będzie ich mało pozwolić uczniom na burzę mózgów… ewentualnie nakierować na poprawną odpowiedź.
8. Podsumowanie, utrwalenie poznanych pojęć, duży nacisk położyć na poprawność języka polskiego
9. Dokończenie zadań: 11, 12 oraz zadanie 14.

Autorka konspektu:
Agata Kubiak, nauczycielka matematyki w Liceum Ogólnokształcącym Niepublicznym Kolegium św. Stanisława Kostki w Warszawie.
Więcej lekcji znajdziesz pod adresem: **www.e-akademia.net**





# Działania na zbiorach

Konspekt do lekcji matematyki

## Cele lekcji:

Uczeń:
- zna i rozumie pojęcia:
  – suma zbiorów,
  – część wspólna (iloczyn) zbiorów,
  – różnica zbiorów
  – dopełnienie zbiorów.

  oraz definiuje je w języku polskim;
- precyzyjnie formułuje myśli w mowie i w piśmie w języku polskim;
- sprawnie posługuje się tak językiem matematycznym, polskim jak i symbolicznym;
- rozwija umiejętność logicznego wnioskowania;
- wykonuje działania na zbiorach tak skończonych, nieskończonych i na przedziałach;
- zna, rozumie i umie stosować Prawa de Morgana dotyczące zbiorów;
- uczy się współpracy w zespole.

## Formy pracy:

- praca indywidualna;
- praca w zespole.

## Metody pracy:

- pogadanka;
- ćwiczenie – rozwiązywanie zadań
- burza mózgów, dyskusja

## Pomoce dydaktyczne:

- słowniczek z zagadnieniami matematycznymi
- zestaw zadań
- tablica

## Przebieg lekcji:

1. Przedstawienie celów zajęć.
2. Zdefiniowanie  i wytłumaczenie czym jest suma zbiorów, część wspólna (iloczyn) i różnica zbiorów, Zapisanie definicji do zeszytów oraz z obrazowanie tych działań grafami.
3. Zadania 15a, b, 16a, b, h, i, 17 każdy samodzielnie rozwiązuje, a nauczyciel do tablicy bierze uczniów najsłabszych i tłumaczy im wszystko to, co jeszcze nie jest jasne.
4. Zdefiniowanie i wytłumaczenie pojęcia dopełnienia zbioru, wyjaśnienie Praw de Morgana i nauczenie zastosowania w zadaniach.
5. W zadaniu 15a, b znalezienie sumy dopełnień. Zwrócenie uczniom uwagi na wykorzystanie rozwiązań z początku lekcji. Naprowadzenie na proste rozwiązanie w razie potrzeby.
   Młodzież pracuje samodzielnie, nauczyciel chodząc po klasie prowadzi indywidualne rozmowy.
6. Podsumowanie, utrwalenie poznanych pojęć, duży nacisk położyć na poprawność języka polskiego.
7. Dokończenie zadań: 15, 16 oraz zadanie 18, 19.

---

Autorka konspektu:
Agata Kubiak, nauczycielka matematyki w Liceum Ogólnokształcącym Niepublicznym Kolegium św. Stanisława Kostki w Warszawie.
Więcej lekcji znajdziesz pod adresem: **www.e-akademia.net**





# Podzbiory zbioru liczb rzeczywistych

Konspekt do lekcji matematyki

## Cele lekcji:

Uczeń:
- Zna i rozumie pojęcia [ zbiór liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych i rzeczywistych ,] zna zależności między nimi oraz definiuje  je w języku polskim;
- Wie co to ułamek zwykły, dziesiętny, dziesiętny skończony, dziesiętny nieskończony, dziesiętny nieskończony okresowy;
- Umie zamieniać ułamki dziesiętne skończone oraz dziesiętne nieskończone okresowe na zwykłe;
- Umie konstruować wszystkie liczby rzeczywiste, tak wymierne jak i niewymierne i umieszczać je na osi liczbowej;
- Precyzyjnie formułuje myśli w mowie i w piśmie w języku polskim;
- Sprawnie posługuje się tak językiem matematycznym, polskim  jak i symbolicznym;
- Rozwija umiejętność logicznego wnioskowania;
- Wykonuje działania na podzbiorach zbioru liczb rzeczywistych;
- Uczy się współpracy w zespole.

## Formy pracy:

- praca indywidualna;
- praca w zespole.

## Metody pracy:

- pogadanka / wykład;
- ćwiczenie – rozwiązywanie zadań
- burza mózgów, dyskusja

## Pomoce dydaktyczne:

- słowniczek z zagadnieniami matematycznymi
- zestaw zadań
- tablica

## Przebieg lekcji:

1. Przedstawienie celów zajęć.
2. Przypomnienie podstawowych pojęć dotyczących zbiorów, działań na zbiorach. Zwrócenie szczególnej uwagi na precyzyjność języka polskiego.
3. Wykład/pogadanka na temat zdefiniowania pojęć:
   – zbiór liczb naturalnych,
   – całkowitych,
   – wymiernych,
   – niewymiernych,
   – rzeczywistych.

   Praca ze słowniczkami. Zapisanie definicji w zeszytach i rozrysowanie grafem zależności zawierania.
4. Praca w parach. Do rozwiązania zadanie 20a, e, k, n, o; 21a, d; 22a, c. Jedna osoba z pary przedstawia rozwiązanie na tablicy poszczególnych przykładów. W razie ewentualnych błędów nanosimy natychmiast poprawki tłumacząc istotę.
5. Praca samodzielna uczniów nad zadaniami 23a, c, h, j. Ważne aby zwrócić uwagę młodzieży, że te wszystkie liczmy są wymierne . Nauczyciel chodzi po klasie i pomaga wszystkim potrzebującym indywidualnie.
6. Nauczyciel na tablicy pokazuje jak znajduje się liczby wymierne i rozrysowuje młodzieży także ślimak Pascala aby pokazać konstrukcję liczb niewymiernych. Następnie każdy samodzielnie wyznacza jak najdokładniej na osi liczby: 0; 1; 0,75; $\sqrt{2}$; $\sqrt{6}$

   Do tablicy zaproszeni będą uczniowie najsłabsi, aby mogli przy pomocy nauczyciela nauczyć się tych konstrukcji.
7. Podsumowanie, utrwalenie poznanych pojęć, duży nacisk położyć na poprawność języka polskiego
8. Dokończenie zadań: 20, 21, 22, 23.

---

Autorka konspektu:
Agata Kubiak, nauczycielka matematyki w Liceum Ogólnokształcącym Niepublicznym Kolegium św. Stanisława Kostki w Warszawie.
Więcej lekcji znajdziesz pod adresem: **www.e-akademia.net**





# Procenty

Konspekt do lekcji matematyki

## Cele lekcji:

Uczeń:
- Zna i rozumie czym jest procent oraz definiuje go w języku polskim – korzystanie ze słowniczka;
- Precyzyjnie formułuje myśli w mowie i w piśmie w języku polskim;
- Rozwija umiejętność logicznego wnioskowania;
- Umie obliczać p% liczby a;
- Umie obliczyć jakim procentem liczby a jest liczba b;
- Umie obliczyć o ile procent liczba a jest mniejsza lub jest większa od liczby b;
- Wie czym jest punkt procentowy;
- Ćwiczy analizę treści zadania, usprawnia obliczenia procentowe oraz formułuje odpowiedź;
- Uczy się współpracy w zespole.

## Formy pracy:

- praca indywidualna;
- praca w zespole.

## Metody pracy:

- pogadanka;
- ćwiczenie – rozwiązywanie zadań
- burza mózgów, dyskusja

## Pomoce dydaktyczne:

- słowniczek z zagadnieniami matematycznymi
- zestaw zadań
- tablica
- kalkulator

## Przebieg lekcji:

1. Przedstawienie celów zajęć.
2. Pogadanka na temat podstawowego pojęcia: czym jest procent a czym punkt procentowy – praca ze słowniczkiem. Zapisanie definicji w zeszytach.
3. Zadanie 24, 25, 26, 27 do samodzielnego rozwiązania, jako zadania typowo ćwiczeniowe i utrwalające. Nauczyciel chodząc po klasie wynajduje najsłabszych uczniów z którymi indywidualnie rozwiązuje przykłady. Wyniki zapisujemy na tablicy aby każdy sprawdził czy wszystko jest jasne.
4. Klasę dzielimy na 5 grup i uczniowie w grupach rozwiązują zadania 28, 29, 30, 31, 32 uczą się rozumieć w języku polskim treść zadań oraz utrwalają rozumienie procentów. Praca w małych grupkach pozwala im na pomoc wzajemną.
5. Liderzy grup przedstawiają na tablicy rozwiązania swojej grupy. W przypadku niezgodności, dyskutując między sobą i z nauczycielem ustalają ostateczną poprawna odpowiedź.
6. Podsumowanie, utrwalenie poznanych pojęć, duży nacisk położyć na rozróżnienie niuansów językowych.
7. Zadanie 33, 34, 35, 36, 37, 38 do samodzielnego rozwiązania.

Autorka konspektu:
Agata Kubiak, nauczycielka matematyki w Liceum Ogólnokształcącym Niepublicznym Kolegium św. Stanisława Kostki w Warszawie.
Więcej lekcji znajdziesz pod adresem: **www.e-akademia.net**





# Jak umiejętność liczenia procentów przydaje się w życiu codziennym

Konspekt lekcji matematyki

## Czas trwania:

2 godziny lekcyjne

## Cele lekcji:

- poszerzanie nabytych umiejętności obliczeń procentowych.
- ugruntowanie umiejętności zastosowania poznanych zagadnień teoretycznych w sytuacjach praktycznych (obliczanie cen po podwyżce lub obniżce o dany procent, odsetek od lokaty, stężenia roztworów, obliczanie VAT).
- biegłe posługiwanie się pojęciami bankowymi: lokata, kapitał, odsetki, oprocentowanie stałe, oprocentowanie zmienne, kapitalizacja odsetek, kredyt,

Uczeń potrafi:

1. obliczyć i zapisać podwyżkę (obniżkę) o dany procent;
2. zamienić procenty na ułamki i ułamki na procenty;
3. obliczyć jakim procentem jednej liczby jest druga liczba;
4. obliczyć liczbę na podstawie jej procentu
5. zna pojęcie podatku VAT i potrafi go obliczyć;
6. zna pojęcie i potrafi obliczyć odsetki od kapitału;
7. umie szacować wyniki działań

## Metody pracy:

- prezentacja multimedialna;
- pogadanka, praca z podręcznikiem i zbiorem zadań,
- ćwiczenia praktyczne z wykorzystaniem materiałów prasowych i reklamowych,
- dyskusja

## Przebieg zajęć:

1. Przywitanie i poinformowanie, co będzie przedmiotem zajęć.
2. Krótkie ćwiczenia przypominające działania na procentach.

3. Powtórzenie pojęć wprowadzonych na poprzedniej lekcji:
- kapitał
- dochód
- kapitalizacja
- okres kapitalizacji
- oprocentowanie
- kredyt
- procent składany

4. Podział klasy na grupy 3 osobowe i ustalenie zasad pracy, czasu realizacji oraz sposobu prezentacji opracowanych przez grupę zadań
5. Rozdanie kartek z zadaniami; rozwiązania zadań uczniowie zapisują w zeszytach; zadają pytania nauczycielowi jeśli pojawia się wątpliwości co do metody rozwiązania zadania.
6. Prezentacja rozwiązań zadań przez przedstawicieli grup
7. Podsumowanie pracy i wystawienie ocen

### Literatura:

K. Kłaczkow, M. Kurczab, E. Świda – *Matematyka – podręcznik i zbiór zadań do liceów i techników, klasa II,*
H. Pawłowski – *Matematyka-podręcznik dla klasy II*

Autorka konspektu:
Bożena Stanisławska, nauczycielka matematyki w Liceum Ogólnokształcącym Niepublicznym Kolegium św. Stanisława Kostki w Warszawie.
Więcej lekcji znajdziesz pod adresem: **www.e-akademia.net**





# Procent składany

Konspekt do lekcji matematyki

### Cele lekcji:

Uczeń:
- Zna i rozumie pojęcie procentu składanego i sposobu jego obliczania oraz definiuje je w języku polskim;
- Wie, co to: lokata bankowa, kredyt, okres kapitalizacji;
- Ćwiczy obliczenia procentowe;
- Analizuje treści zadania, ustala strategię postępowania oraz formułuje precyzyjne odpowiedzi w języku polskim;
- Rozwija umiejętność logicznego wnioskowania;
- Uczy się współpracy w zespole.

### Formy pracy:

- praca indywidualna;
- praca w zespole.

### Metody pracy:

- pogadanka / wykład;
- ćwiczenie – rozwiązywanie zadań
- burza mózgów, dyskusja

### Pomoce dydaktyczne:

- słowniczek z zagadnieniami matematycznymi
- zestaw zadań
- tablica
- kalkulator

### Przebieg lekcji:

1. Przedstawienie celów zajęć.

2. Przypomnienie i precyzyjne definiowanie w języku polskim znanych już pojęć dotyczących procentów.
3. Zapoznanie uczniów z nowymi pojęciami – okres kapitalizacji, procent składany i podajemy sposób obliczania.
4. Wyjaśnienie zasady działania lokat bankowych oraz kredytów dyskusja
5. Zadania 30, 40 do samodzielnego rozwiązania i korzystanie z wiedzy nauczyciela w indywidualnych rozmowach.
6. Podsumowanie, utrwalenie poznanych pojęć, duży nacisk położyć na precyzję w definiowaniu pojęć w  języku polskim
7. Zadanie 41, 42, 43, 44 do samodzielnego rozwiązania.

Autorka konspektu:
Agata Kubiak, nauczycielka matematyki w Liceum Ogólnokształcącym Niepublicznym Kolegium św. Stanisława Kostki w Warszawie.
Więcej lekcji znajdziesz pod adresem: **www.e-akademia.net**





# Obliczenia procentowe – podatek VAT

Konspekt do lekcji przedsiębiorczości

## Cele lekcji:

Uczeń:
- Zna pojęcia: cena netto, cena brutto, podatek VAT oraz definiuje je w języku polskim – korzystanie ze słowniczka.
- Zna trzy podstawowe stawki podatku VAT (23%, 8%, 0%).
- Stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, wykonuje obliczenia związane z VAT.
- Konstruuje krótką wypowiedź na zadany temat popartą argumentami.
- Precyzyjnie formułuje myśli w mowie i w piśmie w języku polskim.
- Rozwija umiejętność czytania ze zrozumieniem i logicznego wnioskowania.
- Ćwiczy analizę treści zadania, usprawnia obliczenia procentowe oraz formułuje odpowiedź.
- Współpracuje w zespole.

## Formy pracy:

- praca indywidualna;
- praca w zespole.

## Metody pracy:

- pogadanka;
- ćwiczenie – rozwiązywanie zadań;
- burza mózgów, dyskusja.

## Pomoce dydaktyczne:

- tabele,
- opakowania po artykułach spożywczych i lekach, książki opatrzone metkami,
- słowniczek z zagadnieniami matematycznymi,
- zestaw zadań,
- tablica,
- kalkulator.

## Przebieg lekcji:

1. Przedstawienie celów zajęć.
2. Przypomnienie, jak obliczamy ułamek z liczby na przykładach.
3. Pogadanka na temat podatku VAT – wprowadzenie pojęć: cena netto, cena brutto, VAT.
4. Uczniowie formułują krótką odpowiedź popartą argumentami na pytanie: Gdybyś był Ministrem finansów, jakie artykuły lub usługi opodatkowałbyś w wysokości: 23%, 8% i 0%?
5. Prześledzenie, jak zmieniają się ceny przykładowego towaru w drodze od producenta do konsumenta na przykładzie danych zawartych w tabeli – zad. 46. Uczniowie uzupełniają brakujące dane.
6. Wklejenie uzupełnionych tabel do zeszytu.
7. Praca w zespołach – uczniowie uzupełniają napisy na metkach przyporządkowanych im artykułów- zad 45 (obliczanie wysokości ceny netto, ceny brutto i podatku VAT).
8. Podsumowanie, utrwalenie poznanych pojęć, duży nacisk położyć na rozróżnienie niuansów językowych.
9. Zadanie 47, 48, 49, 50 do samodzielnego rozwiązania.

Autorka konspektu:
Agata Kubiak, nauczycielka matematyki w Liceum Ogólnokształcącym Niepublicznym Kolegium św. Stanisława Kostki w Warszawie.
Więcej lekcji znajdziesz pod adresem: **www.e-akademia.net**





# Zarządzanie firmą. Podatek naliczony i należny

Konspekt do lekcji przedsiębiorczości

## Cele lekcji:

Uczeń:
- Zna pojęcia i rozumie: podatek naliczony, podatek należny – korzystanie ze słowniczka.
- Potrafi obliczyć podatek należny i naliczony.
- Stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, wykonuje obliczenia związane z VAT.
- Konstruuje krótką wypowiedź na zadany temat popartą argumentami.
- Precyzyjnie formułuje myśli w mowie i w piśmie w języku polskim.
- Rozwija umiejętność czytania ze zrozumieniem i logicznego wnioskowania.
- Ćwiczy analizę treści zadania, usprawnia obliczenia procentowe oraz formułuje odpowiedź.
- Współpracuje w zespole.

## Formy pracy:

- praca indywidualna;
- praca w zespole.

## Metody pracy:

- pogadanka;
- ćwiczenie – rozwiązywanie zadań;
- burza mózgów, dyskusja.

## Pomoce dydaktyczne:

- słowniczek z zagadnieniami matematycznymi,
- zestaw zadań,
- tablica,
- kalkulator.

## Przebieg lekcji:

1. Przedstawienie celów zajęć.

2. Przypomnienie, co to jest cena netto, cena brutto i podatek VAT.
3. Pogadanka na temat zarządzania firmą, jakie są trudności a jakie zyski
4. Nauczyciel dzieli klasę na dwie grupy.

Grupa pierwsza dostaje do rozważenia przykład 1, czyli:

*Załóżmy, że zakładasz małą firmę szyjącą kołderki dla dzieci na zamówienie. Jako przedsiębiorca, który sprzedaje swoje towary, jesteś podatnikiem VAT-u. Obliczyłeś, że koszt materiałów, które zużyłeś do uszycia kołderki wynosi 20 zł. Do tej kwoty doliczasz koszty robocizny, czyli wynagrodzenie dla krawcowej, załóżmy, że będzie to 30 zł. Oczywiście, chcesz zarobić sprzedając swoje produkty, więc doliczasz dodatkowo marżę 20 zł. W sumie wyceniłeś kołderkę na 70 zł. netto. Jednak to nie wszystko. Jeżeli chcesz sprzedawać swoje produkty musisz doliczyć podatek VAT w wysokości 23% od sprzedanego towaru. W tej sytuacji podatek ten wyniesie 16,10 zł (70 zł razy 23%). Podatek doliczysz do ceny kołderki, co oznacza, że sprzedasz ja za 86,10 zł brutto, dzięki czemu po sprzedaży i odprowadzeniu podatku zostanie ci 70 zł.*

*Oczywiście zawsze możesz obniżyć cenę do 70 zł. brutto i zapłacić podatek od tej kwoty, ale wówczas kołderkę sprzedasz realnie za 53,90 zł co oznacza, że zamiast 20 zł zarobisz 3,90 zł.*

*Wszyscy przedsiębiorcy faktyczny ciężar podatku VAT przerzucają na swojego klienta doliczając podatek do ceny netto.*

*Do Urzędu Skarbowego przedsiębiorca wpłaca różnicę pomiędzy podatkiem należnym a naliczonym.*

A grupa druga przykład drugi:

*Producent X z zakupionych przez siebie materiałów wyprodukował stół. Obliczył wszystkie koszty produkcji tego stołu i doliczył do nich marżę, czyli kwotę jaką chciałby zarobić,*

*W sumie wyszło mu, że powinien sprzedać stół za 100 zł. Producent X musi do tej kwoty doliczyć jeszcze podatek VAT w wysokości 23%. Będzie on wynosił w tym przypadku 23 zł (100 zł razy 23%).*

*W takim razie producent X sprzeda stół za 123 zł. Odprowadzi do Urzędu Skarbowego 23 zł. a 100 zł. pozostanie dla niego.*

*Pan Y jest hurtownikiem. Kupił od producenta X stół płacąc 123 zł (100 zł za stół + 23 zł. podatku VAT). Kwota 23 zł jest dla niego podatkiem VAT naliczonym. Oczywiście, aby zarobić, hurtownik Y musi do ceny producenta X dodać swoją marżę. Kalkulując cenę weźmie pod uwagę wartość netto (100 zł), bo VAT naliczony może sobie odliczyć. Hurtownik Y obliczył, że nie opłaca mu się sprzedawać stołu za mniej niż 130 zł. Do tej ceny dolicza podatek VAT w wysokości 29,90 zł (23% razy 130 zł.). Jest to jego podatek VAT należny. Hurtownik Y sprzeda swój towar do sklepu za 59,90 zł (130 zł + 29,90 zł).*



*Różnica pomiędzy VAT należnym a VAT naliczonym wynosi 6,90 zł (29,90 zł – 23 zł). Tylko tę różnicę hurtownik Y będzie musiał odprowadzić do Urzędu Skarbowego.*

5. Po przedstawieniu swoich przykładów nauczyciel na tych przykładach wyjaśnia czym jest podatek naliczony a czym podatek należny i w jaki sposób się je wylicza. Młodzież zapisuje w zeszytach definicję tych podatków.
6. Podsumowanie, utrwalenie poznanych pojęć, duży nacisk położyć na rozróżnienie niuansów językowych.
7. Zadanie nr 51 z zestawu do samodzielnego rozwiązania.

---

Autorka konspektu:
Agata Kubiak, nauczycielka matematyki w Liceum Ogólnokształcącym Niepublicznym Kolegium św. Stanisława Kostki w Warszawie.
Więcej lekcji znajdziesz pod adresem: **www.e-akademia.net**

# Odczytywanie własności funkcji – monotoniczność funkcji.

Konspekt do lekcji matematyki

## Czas trwania:
1 godzina lekcyjna

## Cele lekcji:
• Przypomnienie definicji funkcji, funkcji rosnącej, malejącej, stałej, niemalejącej, nierosnącej, monotoniczności funkcji;
• Nabycie umiejętności odczytywania monotoniczności funkcji z podanego wykresu.

## Uczeń potrafi:
• odczytać z wykresu funkcji dla jakich argumentów funkcja jest
  – malejąca
  – rosnąca
  – stała,
• ustalić czy funkcja jest monotoniczna.

## Metody pracy:
• praca z komputerem – prezentacja multimedialna
• praca w grupach trzyosobowych z podręcznikiem i kartkami z wykresami funkcji
• burza mózgów”

## Przebieg lekcji:

### 1. Wprowadzenie:
Sprawdzenie obecności, pracy domowej, podanie tematu lekcji i celów zajęć.

### 2. Realizacja:
• Zapisanie pojęć na tablicy dotyczących:



  – funkcji rosnącej
  – funkcji malejącej
  – funkcji stałej
  – funkcji niemalejącej
  – funkcji nierosnącej
• Przedstawienie w prezentacji multimedialnej szkiców kilku wykresów funkcji.
• Przyporządkowanie odpowiednich nazw do wykresów na podstawie definicji
• Podsumowanie zadania
• Podanie definicji funkcji monotonicznej.
• Zauważenie że nie wszystkie funkcje są monotoniczne – niektóre są monotoniczne przedziałami.
• Rozdanie kartek z wykresami – praca w grupach i wypisanie przedziałów monotoniczności dla podanych funkcji (uczniowie zadają pytania nauczycielowi jeśli pojawiają się wątpliwości co do metody rozwiązania zadania)
• Prezentacja rozwiązań zadań przez przedstawicieli grup

### 3. Podsumowanie pracy i wystawienie ocen

## Literatura:
K. Kłaczkow, M. Kurczab, E. Świda – *Matematyka – podręcznik i zbiór zadań do liceów i techników, klasa I;*
H. Pawłowski – *Matematyka-podręcznik dla klasy I.*

Autorka konspektu:
Bożena Stanisławska, nauczycielka matematyki w Liceum Ogólnokształcącym Niepublicznym Kolegium św. Stanisława Kostki w Warszawie.
Więcej lekcji znajdziesz pod adresem: **www.e-akademia.net**

# Odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu.

Konspekt do lekcji matematyki

## Czas trwania:
1 godzina lekcyjna

## Cele lekcji:
Nabycie umiejętności odczytywania własności funkcji z wykresu

## Uczeń powinien:
- znać własności funkcji, które może określić na podstawie jej wykresu;
- potrafić odczytywać konkretne własności funkcji z jej wykresu;
- umieć wykorzystać zdobytą wiedzę do przedstawiania różnych zjawisk za pomocą wykresu

## Metody pracy:
- praca z komputerem – prezentacja multimedialna
- praca w grupach trzyosobowych z podręcznikiem, kartkami z wykresami funkcji oraz gazetami z wykresami
- „burza mózgów".

## Przebieg lekcji:

### 1.Wprowadzenie
- Sprawdzenie listy obecności, pracy domowej, rozdanie pomocy naukowych.
- Przypomnienie najważniejszych własności funkcji :
  a) definicja funkcji
  b) dziedzina i zbiór wartości funkcji
  c) miejsce zerowe funkcji
  d) monotoniczność funkcji
  e) parzystość , nieparzystość funkcji
  f) różnowartościowość funkcji

### 2. Realizacja
- Rozpoznawanie funkcji na podstawie wykresów umieszczonych na rozdanych kartkach
- Uruchomienie programu komputerowego do rysowania wykresów i wprowadzenie wzorów funkcji podanych przez nauczyciela
- Odczytywanie dla każdej z nich własności:
  a) dziedzina i zbiór wartości funkcji
  b) miejsce zerowe funkcji
  c) przedziały monotoniczności funkcji
  d) przedziały w których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, a w których ujemne,
  e) podanie największej i najmniejszej wartości funkcji
  f) określenie parzystości , nieparzystości funkcji
  g) sprawdzenie czy funkcja jest różnowartościowa
- Odczytywanie własności zachodzących zjawisk na podstawie wykresów z gazet

### 3. Podsumowanie lekcji i ocena pracy uczniów.

### 4. Zadanie pracy domowej

### Literatura:
K. Kłaczkow, M. Kurczab, E. Świda – *Matematyka – podręcznik i zbiór zadań do liceów i techników, klasa I,*
H. Pawłowski – *Matematyka-podręcznik dla klasy I.*

Autorka konspektu:
Bożena Stanisławska, nauczycielka matematyki w Liceum Ogólnokształcącym Niepublicznym Kolegium św. Stanisława Kostki w Warszawie.
Więcej lekcji znajdziesz pod adresem: **www.e-akademia.net**

# Wykres funkcji f(x) = ax2

Konspekt lekcji matematyki z wykorzystaniem komputerów w pracowni komputerowej.

## Czas trwania:
1 z 3 godzin lekcyjnych

## Cele nauczania:
Cele ogólne:
- wprowadzenie pojęcia jednomianu kwadratowego,
- szkicowanie wykresów jednomianu kwadratowego
- odczytywanie z wykresu własności jednomianu

## Cele edukacyjne:
- uczeń powinien znać pojęcia dotyczące funkcji, dziedziny, zbioru wartości, miejsca zerowego
- uczeń powinien na podstawie wykresu określić wzór funkcji kwadratowej i opisywać jej własności

## Metody i formy pracy:
Pogadanka, praca w grupach trzyosobowych przy użyciu komputera; rozwiązywanie zadań

## Uczniowie znają:
1. Pojęcie funkcji, własności wykresu funkcji.
2. Zasady sporządzania wykresów funkcji w programie *Geogebra*

## Przygotowanie do lekcji:
Korzystając z połączenia z internetem przed lekcją, należy uruchomić przynajmniej na jednym stanowisku przeglądarkę internetową, oraz program *Geogebra*. Następnie należy zapisać prezentację wykonaną przez nauczyciela na dysku.



## Tok lekcji:
1. Podanie tematu i celów lekcji.
2. Przypomnienie pojęć: funkcja, dziedzina, miejsce zerowe
3. Wprowadzenie pojęcia jednomianu kwadratowego – notatka w zeszycie.
4. Nauczyciel mówi, że wykresem jest parabola, uruchomienie kolejnych wykresów, w tym samym układzie współrzędnych funkcji y=ax2 w programie *Geogebra*
5. Obserwacja wykresów na ekranie dla a>0.
6. Dyskusja nad określaniem własności.
7. Obserwacja wykresów dla a<0.
8. Określanie własności w formie dyskusji.
9. Zapisanie wniosków na tablicy
10. Zadanie pracy domowej.

## Literatura:
K. Kłaczkow, M. Kurczab, E. Świda – *Matematyka – podręcznik i zbiór zadań do liceów i techników, klasa II,*

Autorka konspektu:
Bożena Stanisławska, nauczycielka matematyki w Liceum Ogólnokształcącym Niepublicznym Kolegium św. Stanisława Kostki w Warszawie.
Więcej lekcji znajdziesz pod adresem: **www.e-akademia.net**

# Przesunięcie wykresu funkcji f (x) = ax2 wzdłuż osi układu współrzędnych. Postać kanoniczna funkcji kwadratowej

Konspekt lekcji matematyki z wykorzystaniem komputerów w pracowni komputerowej

## Czas trwania lekcji:

2 z 3 godzin lekcyjnych

## Przygotowanie do lekcji

Korzystając z połączenia z internetem przed lekcją, należy uruchomić przynajmniej na jednym stanowisku przeglądarkę internetową, oraz program *Geogebra*. Następnie należy zapisać prezentację wykonaną przez nauczyciela na dysku.

## Cele lekcji:

### 1. Dydaktyczne:

- przypomnienie pojęcia jednomianu kwadratowego,
- powtórzenie własności wykresu jednomianu kwadratowego – paraboli
- nabycie umiejętności graficznego przesunięcia paraboli o wektor,
- określenie własności uzyskanych wykresów,
- wprowadzenie pojęcia postaci kanonicznej trójmianu kwadratowego

### 2. Wychowawcze:

- uświadomienie uczniom możliwości wykorzystania multimedialnych środków przekazu informacji w codziennej nauce matematyki.
- utrwalanie umiejętności pracy w grupie,
- nabywanie umiejętności obserwacji i logicznego myślenia.

## Uczniowie znają:

1. Pojęcie funkcji, własności wykresu funkcji.



2. Pojęcie i zasady przesuwania wykresów.

## Tok lekcji:

1. Podanie tematu i celów lekcji.
2. Uruchomienie komputerów – uruchomienie prezentacji.
3. Przypomnienie pojęcia jednomianu kwadratowego f(x)=ax2
4. Obserwacja wykresów na ekranie dla współczynnika a>0.
5. Dyskusja nad określaniem własności.
6. Obserwacja wykresów dla a<0.
7. Określanie własności w formie dyskusji.
8. Przypomnienie wzoru na przesunięcie wykresu funkcji.
9. Wykonanie podanych ćwiczeń .
10. Określanie własności powstałych funkcji w trakcie wykonywania prezentacji.
11. Wprowadzenie pojęcia postaci kanonicznej trójmianu kwadratowego.
12. Zakończenie lekcji – powtórzenie poznanych pojęć i sformułowanie wniosków.

## Opis przebiegu lekcji:

1. Uruchomienie przeglądarki internetowej wpisanie adresu platformy *Moodle*, ewentualnie uruchomienie prezentacji z dysku.
2. Przypomnienie przez ucznia pojęcia jednomianu kwadratowego
3. Uruchomienie apletu. Na ekranie pojawia się wykres funkcji y=ax2 . Powtórzenie wiadomości z poprzedniej lekcji
4. Nauczyciel zadaje pytania do wybranych uczniów:
   - Podaj dziedzinę – po odpowiedzi ucznia – kliknięcie odpowiedź pojawia się na ekranie – uczeń odczytuje na głos i sprawdza poprawność swojej odpowiedzi.
   - Podaj zbiór wartości – jw.
   - Określ monotoniczność – jw.
   - Określ znak funkcji – jw.
   - Określ różnowartościowość – jw.
   - Czy funkcja jest parzysta – jw.
   - Odczytaj współrzędne wierzchołka, miejsca zerowe – jw.
5. Podsumowanie ćwiczenia i udzielenie odpowiedzi przez uczniów na pytanie jak znak współczynnika a wpływa na własności funkcji i kierunek ramion paraboli.
6. Podział klasy na grupy trzyosobowe w celu wykonanie zadań 1–4
   Po każdym zadaniu uczniowie zapisują a następnie jeden z uczniów odczytuje odpowiedzi na pytania:
   - Podaj dziedzinę

– Podaj zbiór wartości
– Określ monotoniczność
– Odczytaj współrzędne wierzchołka, miejsca zerowe
– Podaj przedziały w jakich funkcja przyjmuje wartości dodatnie, a w jakich ujemne
– Określ wartość największą/najmniejszą.

7. Zapisanie wniosków na tablicy
8. Podsumowanie lekcji i ocena pracy uczniów
9. Zadanie pracy domowej

### Przykładowe ćwiczenia wykonywane w trakcie lekcji:

#### Zadanie 1

Wykonaj wykresy funkcji :
y = 2x2 , y = -0,75x2, y = -2,5x2 ;
Odpowiedz na pytanie co zauważyłeś?

#### Zadanie 2

Wykonaj wykresy funkcji:
a) y = 2x2, y = x2 - 3, y = x2 +2
Odpowiedz na pytania:

1. Jakie przekształcenie zostało wykonane?
2. Odczytaj współrzędne wierzchołka poszczególnych parabol

#### Zadanie 3

Wykonaj wykresy funkcji:
a) y = 2x2, y = 2(x –3)2, y = 2(x + 5)2
Odpowiedz na pytania:

1. Jakie przekształcenie zostało wykonane?
2. Odczytaj współrzędne wierzchołka poszczególnych parabol

#### Zadanie 4

Wykonaj wykresy funkcji:
a) y = 2x2, y = 2(x + 2)2 - 3, y = 2(x – 5)2 +3, y = 2(x – 3)2 -2
Odpowiedz na pytania:

1. Jakie przekształcenie zostało wprowadzone miedzy wykresami funkcji?
2. Odczytaj współrzędne wierzchołka poszczególnych parabol
3. Spróbuj określić, od czego zależy ilość miejsc zerowych?





### Literatura:

K. Kłaczkow, M. Kurczab, E. Świda – *Matematyka – podręcznik i zbiór zadań do liceów i techników, klasa II;*
H. Pawłowski – *Matematyka-podręcznik dla klasy II.*

Autorka konspektu:
Bożena Stanisławska, nauczycielka matematyki w Liceum Ogólnokształcącym Niepublicznym Kolegium św. Stanisława Kostki w Warszawie.
Więcej lekcji znajdziesz pod adresem: **www.e-akademia.net**

# ZADANIA DO SAMODZIELNEGO ROZWIĄZANIA

Matematyka oraz podstawy przedsiębiorczości

## Zawartość zestawu zadań:



Zestaw zadań do samodzielnego rozwiązania stanowi materiał uzupełniający do prowadzenia lekcji matematyki z elementami podstaw przedsiębiorczości dla cudzoziemców. Został opracowany podczas realizacji projektu „Różne kultury – jedna tożsamość", współfinansowanego ze środków Unii Europejskiej z programu ERASMUS+.

Informacje o projekcie oraz scenariusze do lekcji znajdziesz na portalu http://e-akademia.net/

## 1. LOGIKA

### Zadanie 1.

Określ czy podane wyrażenie jest zdaniem logicznym. Jeżeli tak to określ czy jest ono prawdą czy fałszem.

A. 2 jest liczbą pierwszą
B. Mam n+5 lat.
C. Suma to wynik dodawania
D. Iloraz to wynik mnożenia
E. Liczbą odwrotną do 3 jest liczba -3
F. X jest liczbą parzystą
G. Czy lubisz jajecznicę?
H. X jest krajem azjatyckim
I. -6 > -8
J. 3 + 6 = 10
K. Iloczyn to wynik mnożenia
L. Liczba przekątnych w kwadracie jest równa 6

### Zadanie 2.

Podaj zaprzeczenie zdań i oceń wartość logiczną zaprzeczenia

A. Liczba |6-12| jest większa od 2.
B. Warszawa leży nad Sekwaną
C. Kwadrat ma wszystkie kąty proste
D. 1 jest liczbą pierwszą
E. Liczba |6-12| jest równa 6
F. Każdy równoległobok jest trapezem
G. Suma kątów w trójkącie jest równa 180°
H. Liczba 123 jest parzysta
I. Liczba 4 ma 3 dzielniki

### Zadanie 3.

Oceń wartość logiczną podanych zdań

A. 2 jest liczbą pierwszą i 2 jest liczbą parzystą
B. 2 jest liczbą pierwszą lub 2 jest liczbą parzystą
C. Warszawa jest stolicą Polski i Gniezno jest stolicą Polski
D. Warszawa jest stolicą Polski lub Gniezno jest stolicą Polski
E. $\sqrt{8} = 3$ lub $8/3 = 3$
F. 02 =0 i 13 = 1
G. 3 jest liczbą pierwszą i 3 jest liczbą parzystą
H. Liczba 5 jest niedodatnia lub 5 jest kwadratem liczby 25
I. W Polsce uprawia się ryż lub ziemniaki
J. Kwadrat jest rombem i prostokątem
K. Liczba 2 jest dzielnikiem liczby 6 i liczba 3 nie jest dzielnikiem liczby 9.

### Zadanie 4.

Podaj wartość logiczną zdań:

A. Jeżeli Warszawa jest stolicą Polski to Kraków nie jest stolicą Polski
B. Kwadrat jest prostokątem wtedy i tylko wtedy prostokąt jest kwadratem
C. Jeżeli $\sqrt{25} = 5$ to $|-5| = -5$
D. $(-3)2 = -9 \Leftrightarrow 2<0$
E. Jeżeli luty ma 30 dni to marzec tez ma 30 dni
F. Jeżeli po niedzieli jest poniedziałek to po wtorku jest piątek
G. $-4=3 \Leftrightarrow \{-4-3 < 1 \wedge 5 + |-3| = 8\}$
H. Jeżeli Warszawa leży nad Wisłą lub Warszawa leży nad Odrą to Warszawa leży nad największa rzeką w Polsce.

### Zadanie 5.
Ocen wartość logiczna zdań. Odpowiedź uzasadnij.
A. $2|10 \Rightarrow (10:2 = 5 \wedge 5\sqrt{10} = 5\sqrt{2}$
B. $(3 > 1 \wedge 5|17) \Rightarrow 7\cdot 5 = 35$
C. $(3+5=8 \vee 3|5) \Leftrightarrow (1\cdot 0 > 0 \vee 1\cdot 0 < 0)$

### Zadanie 6.
Poniżej znajdują się twierdzenia, niektóre z nich są fałszywe. Dla każdego wypisz założenie i tezę. Sformułuj twierdzenie odwrotne do danego. Oceń wartość logiczna twierdzenia i twierdzenia do niego odwrotnego
A. Jeżeli liczba jest parzysta to jest podzielna przez 10
B. Jeżeli trójkąt ma dwa kąty rozwarte to jest rozwartokątny
C. Jeżeli dwie liczby są ujemne to ich iloczyn jest liczba dodatnią
D. Jeżeli liczba jest podzielna przez trzy to liczba o 6 większa tez jest podzielna przez

### Zadanie 7.
Sformułuj twierdzenie Pitagorasa w postaci implikacji. Napisz twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa. Zapisz to twierdzenie w postaci równoważności o ile to możliwe.

### Zadanie 8.
Napisz zaprzeczenie zdań
A. Pójdę do sklepu lub pójdę do kina
B. Ugotuję zupę i usmażę kotlety
C. Jeżeli będę dziś w szkole to nie pójdę do parku.
D. Liczba 5 jest liczbą naturalną i nie jest liczbą pierwszą
E. $2 = 8 \Leftrightarrow 3 \neq 5$
F. Jeżeli Kopernik był astronomem to lubił fizykę.

### Zadanie 9.
Napisz zaprzeczenia zdań i oceń wartość logiczna zaprzeczeń
A. Jeżeli $3+3=10 \Rightarrow 2+3 = 5$
B. $\{10 \cdot 10 = 100 \wedge (-2)^2 = 4\} \Leftrightarrow 100 > 4$
C. $-2 \neq 8 \Rightarrow 6$ jest liczba pierwszą
D. Polska jest państwem europejskim lub afrykańskim
E. $2|20 \Leftrightarrow 5|20$
F. Liczba 4 ma 3 dzielniki i liczba 12 ma 3 dzielniki

### Zadanie 10.
Wykaż, że zdanie jest prawem rachunku zdań



A. $(\sim p) \vee p$ – prawo wyłączonego środka
B. $\sim(\sim p) \Leftrightarrow p$ – prawo podwójnego przeczenia
C. $\sim(p \wedge \sim p)$... – prawo sprzeczności
D. $[p \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow q$... – prawo odrywania
E. $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$ – prawo transpozycji
F. $\sim(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \sim q)$... – prawo zaprzeczenia implikacji

## 2. Zbiory

### Zadanie 11.
Zapisz symbolicznie zbiory opisane w następujący sposób:
A. A – zbiór liczb naturalnych parzystych
B. B – zbiór liczb naturalnych nieparzystych mniejszych od 100
C. C – zbiór liczb naturalnych podzielnych przez 5
D. D – zbiór liczb naturalnych, które przy podzieleniu przez 7 dają resztę 2
E. E – zbiór naturalnych wielokrotności liczby 4
F. F – zbiór liczb, których kwadrat jest równy 25
G. G – zbiór odwrotności naturalnych wielokrotności liczby 7
H. H – zbiór potęg liczby 5 o wykładniku naturalnym.

### Zadanie 12.
Zapisz zbiory A i B, wypisując wszystkie elementy. Czy zachodzi któraś z zależności zawierania?
A. $A = \{x \in N ; x \leq 10\}$, $B = \{x \in N ; x^2 \leq 81\}$,
B. $A = \{x \in C ; -5 < x \leq 10\}$, $B = \{x \in C ; x^2 \leq 100\}$,
C. $A = \{x \in C ; x^2 = 36\}$, $B = \{x \in N ; x^2 = 36\}$,
D. $A = \{x \in C ; x < 36\}$ $B = \varnothing$

### Zadanie 13.
Czy zbiory A i B mają tyle samo elementów?
A. A – zbiór dzielników liczby 8, B- zbiór dzielników liczby 15
B. A – zbiór dzielników liczby 31, B- zbiór dzielników liczby 19

### Zadanie 14.
Wypisz wszystkie podzbiory zbioru {1,2,3}

### Zadanie 15.
A. Wyznacz zbiory $A \cup B$; $A \cap B$; $A \setminus B$; $B \setminus A$, jeśli:

B. A={ -2, -1, 0 , 1, 2, 3 }, B={ 1, 2, 3, 4, 5}
C. A={ -2, -1, 0 , 1, 2, 3 }, B={ 1, 2, 3 }
D. A={ 1, 2, 3 }, B={ 1, 2, 3}
E. A={ -2, -1, 0 , 1, 2, 3 }, B=∅
F. A={ -2, -1, 0 , 1, 2, 3 }, B={ 4, 5}

### Zadanie 16.

Wyznacz zbiory A∪ B; A ∩B; A \ B; B \ A, jeśli:
A. A=(2,4) , B=< -2, 3>
B. A=(2,4> , B=< 4, 6>
C. A=(2,4) , B=( 4, 6>
D. A=(2,4); B=(2,4)
E. A=(2,14) , B=< 3, 4>
F. A=(2,4) , B=< 6, 8>
G. A=(-∞,4) , B=< -2,∞)
H. A=(-∞,4) , B=< 4,∞)
I. A=(-∞,4) , B=∅
J. A=(-∞,4) , B=R
K. A=(-∞,4) , B= {2}
L. A=(-∞,4> , B={4}
M. A=(-∞,4) , B={4}
N. A=(-∞,4> , B={6}
O. A= R, B=∅
P. A= ∅, B=∅
Q. A= R, B=R

### Zadanie 17.

Przyjmijmy następujące oznaczenia
T – zbiór wszystkich trójkątów
A – Zbiór wszystkich trójkątów równoramiennych
B – Zbiór wszystkich trójkątów równobocznych
C – Zbiór wszystkich trójkątów prostokątnych
Które z poniższych zdań są prawdziwe?
A. A∪B=A,
B. B∩C=∅,
C. A∩C≠∅,
D. B\A =A,
E. B⊂A,
F. T⊂A





### Zadanie 18.

Przyjmijmy następujące oznaczenia
C – Zbiór wszystkich czworokątów
T – Zbiór wszystkich trapezów
R – Zbiór wszystkich rombów
P – Zbiór wszystkich prostokątów
K – Zbiór wszystkich kwadratów
Które z poniższych zdań są prawdziwe?
A. R⊂T,
B. T∩R=R
C. T∪R≠∅
D. P\C=∅
E. T∪R∪P∪K=C
F. K∩P=K

### Zadanie 19.

Niech A=(-∞,2>, B=R, C=(0,10>, D=∅. Wyznacz zbiory:
A. A∪B
B. A'∩B
C. D∩C'
D. [A∪B']\C
E. A'∩B'
F. A\C ∪[D∩B]

### Zadanie 20.

Wyznacz zbiory:
A. N∪C,
B. C\W
C. C\R,
D. C\ NW
E. R ∪ NW
F. N∪C
G. N∪W
H. R∩C
I. N\NW
J. N\R
K. (C\NW) ∩∅
L. ( W∪C)\NW
M. R\R+

N. N∪∅
O. (-3,3)∩C
P. (-√6 ,√6 ) ∩C

### Zadanie 21.

Wypisz elementy zbioru A, jeśli:
A. A={ x: x∈N ∧ x≤ 8 }
B. A={ x: x∈C ∧ x≤ 2,5 }
C. A={ x: x∈C ∧ x > 8 }
D. A={ x: x∈N∧ x liczba pierwsza ∧ x≤ 8 }

### Zadanie 22.

Zapisz symbolicznie zbiory, opisane w następujący sposób:
A. A – zbiór liczb rzeczywistych dodatnich nie mniejszych od 16
B. B – zbiór liczb naturalnych większych od -5 i mniszych od 100
C. C={0, 4, 8, 12, 16, ...}
D. D={-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...}

### Zadanie 23.

Ułamek dziesiętny zamień na nieskracalny ułamek zwykły:
A. 0,375
B. 1,24
C. 0,00005
D. 0,125
E. 12,16
F. -3,45
G. 0,(3)
H. 2,(6)
I. 1,1(23)
J. 0,(9999)

## 3. Procenty

### Zadanie 24.

Oblicz:
A. 30% z liczby 3,2
B. 1,4% z liczby 1000
C. 12% z liczby 480





### Zadanie 25.

A. Wyznacz liczbę, której 40% jest równe 12
B. Wyznacz liczbę, której 4% jest równe 120
C. Wyznacz liczbę, której 400% jest równe 80

### Zadanie 26.

Jakim procentem liczby x jest liczba y, gdy
A. x=72, y =180
B. x=12,5, y=8,75

### Zadanie 27.

Ania i Hela zbierają znaczki. Hela ma70 znaczków, a Ania 105. O ile procent więcej znaczków ma Ania niż Hela? O ile procent mniej znaczków ma Hela niż Ania?

### Zadanie 28.

Cena bluzki wynosiła 110zł. W ciągu roku cena jej została dwukrotnie obniżona. Najpierw o 20%, potem o 15%. Ile kosztowała bluzka po obniżkach?

### Zadanie 29.

Lód ma o 10% większa objętość od wody, z której powstał. O ile procent objętość wody jest mniejsza od objętości lodu, z którego powstała?

### Zadanie 30.

Pewna szkoła plastyczna liczy 300uczniów. 60% wszystkich uczniów stanowią dziewczęta, a 30% dziewcząt lepi w glinie. Ile dziewcząt tej szkoły lepi w glinie?

### Zadanie 31.

Pani Kasia zawarła z pracodawcą umowę o dzieło na kwotę 52 000zł. Ustalona kwota stanowi przychód pracownika, od którego odlicza się tzw. koszty uzyskania przychodu i w tego rodzaju umowie stanowią one 50% przychodu. Uzyskana różnica jest dochodem pracownika. Od uzyskanego dochodu pracodawca potrąca 20% podatku dochodowego i wypłaca pracownikowi kwotę w wysokości różnicy przychodu i potrąconego podatku.
Oblicz jaką wypłatę dostała pani Kasia?

### Zadanie 32.

Bank zwiększył oprocentowanie z 20% na 21%. O ile punktów procentowych zwiększono oprocentowanie kredytu?
O ile procent zwiększono oprocentowanie kredytu?

### Zadanie 33.
Liczba x stanowi 60% liczby y. Jakim procentem liczby x jest liczba y?

### Zadanie 34.
Wyznacz liczbę, której 240% jest równe 216.

### Zadanie 35.
O ile procent liczba 54 jest większa od liczby 48?

### Zadanie 36.
Oprocentowanie kredytu hipotecznego w pewnym banku, które dotychczas wynosiło 8%, wzrosło o 2 punkty procentowe. O ile procent wzrosło oprocentowanie kredytu?

### Zadanie 37.
Ze 100 kg mleka o zawartości 3,8% tłuszczu odciągnięto 10 kg śmietanki zawierającej 20% tłuszczu. Ile procent tłuszczu zawiera odtłuszczone mleko?

### Zadanie 38.
Świeże grzyby zawierają 90% wody. W wyniku suszenia masa grzybów zmniejszyła się ośmiokrotnie. Ile procent wody zawierają suszone grzyby?

### Zadanie 39.
Lokata 36 000 zł, oprocentowanie w wysokości 20% w stosunku rocznym. Dla tego rodzaju lokaty obowiązują następujące kapitalizacje:

A. roczna
B. półroczna
C. kwartalna

Oblicz ile pieniędzy odbierze klient po 3 latach oszczędzania dla każdego rodzaju kapitalizacji.

### Zadanie 40.
Oblicz jakie było oprocentowanie w banku, jeżeli po dwóch latach stan konta wzrósł z 20 000 zł do 27 848 zł. Kapitalizacja odsetek roczna.

### Zadanie 41.
Dla lokaty trzyletniej w banku A obowiązuje oprocentowanie roczne 9% przy kapitalizacji rocznej. W banku B oferują oprocentowanie roczne 10% przy kapitalizacji po okresie oszczędzania. Wybór którego banku jest korzystniejszy?



### Zadanie 42.
Pan Nowak w lutym 2016 roku wpłacił 5000 zł. na 6-miesięczną lokatę o rocznym oprocentowaniu 4,4%. Wiedząc, że banki zobowiązane są do potrącania 19 procentowego podatku od odsetek, oblicz, o jaką kwotę powiększył się stan konta pana Nowaka po upływie 6 miesięcy od momentu założenia lokaty.

### Zadanie 43.
Jan Przebiegły chce „żyć z procentu". Oblicz, jaką kwotę musiałby wpłacić do banku, w którym oprocentowanie w skali roku wynosi 4% , aby roczny dochód z lokaty wynosił 4000 zł.

### Zadanie 44.
Stopa oprocentowania lokaty wynosi 3% w skali roku. Odsetki kapitalizowane są na koniec każdego okresu 4-miesiecznego  Oblicz, jaką kwotę wpłacono na tę lokatę jeśli na koniec ośmiu miesięcy oszczędzania na rachunku lokaty było o 916,56 zł. więcej niż przy jej otwarciu.

## 4. Przedsiębiorczość

### Zadanie 45.
Przykładowe metki, które należy przypiąć do towarów (zestaw dla jednego zespołu) – uczniowie zgodnie z wiadomościami usłyszanymi na początku lekcji sami decydują jaka jest wysokość podatku VAT za dany produkt.

| |
|---|
| Cena netto: 1,80 zł<br>VAT: ........................<br>Cena brutto: ........... |
| Cena netto: ............<br>VAT: ........................<br>Cena brutto: 2,56 zł |
| Cena netto: 4,30 zł<br>VAT: ........................<br>Cena brutto: ........... |

### Zadanie 46.
Tabela – towar w drodze od producenta do konsumenta (każdy uczeń wypełnia ją indywidualnie)

| | Rodzaj ceny | Cena netto | Kwota VAT-u w cenie | Cena brutto | VAT odprowadzany do US |
|---|---|---|---|---|---|
| producent | c. zbytu producenta | 1000,- | | | |
| hurtownik marża 10% | c. zakupu (hurtowa) | 1000,- | | | |
| | c. zbytu | 1100,- | | | |
| sklep marża 20% | c. zakupu | 1100,- | | | |
| | c. detaliczna | | | | |

(Tabela zaczerpnięta z pozycji *Udane projekty dla gimnazjum nie tylko z matematyki* pod redakcją Małgorzaty Mikołajczyk; Wydawnictwo Szkolne PW)

### Zadanie 47.
Cena brutto pewnej usługi, dla której obowiązuje 23% stawka podatku VAT wynosi 762,6 zł. Jaka jest cena netto tej usługi?

### Zadanie 48.
Cena netto kalkulatora wynosi 27 zł. Jaka jest cena brutto przy obowiązującej stawce podatku VAT wynoszącej 8% ?

### Zadanie 49.
Cena towaru z 23% podatkiem VAT wynosi 799,50 zł. jaka byłaby cena tego towaru, gdyby podatek VAT wyniósł 8% zamiast 23%?

### Zadanie 50.
Cena pewnej usługi, dla której obowiązuje 8% stawka podatku VAT wynosi 129,60 zł. Ile musiałby zapłacić klient za wykonanie tej usługi, gdyby obowiązująca stawka podatku wzrosła do 23%?



### Zadanie 51.
Pan X dokonał sprzedaży towarów opodatkowanych stawką podstawową, czyli 23%, a wartość netto sprzedaży wyniosła 40 000 zł. Wiemy też, że w tym samym okresie rozliczeniowym dokonał on zakupu towarów i usług o wartości netto 10 000 zł. Oblicz podatek naliczony, należny.

Autorka zestawu zadań:
Agata Kubiak, nauczycielka matematyki w Liceum Ogólnokształcącym Niepublicznym Kolegium św. Stanisława Kostki w Warszawie.
Więcej lekcji znajdziesz pod adresem: **www.e-akademia.net**

# SŁOWNIK MATEMATYCZNY



## 1. POJĘCIA PODSTAWOWE, LICZBY RZECZYWISTE

### Pojęcie pierwotne

Pojęcie, które się nie definiuje np. zbiór, punkt

### Aksjomat (postulat)

W systemie matematycznym lub logicznym jest to warunek początkowy lub założenie, które przyjmujemy, jako prawdziwe bez dowodu i z którego można wyprowadzić inne założenia lub twierdzenia. Na bazie aksjomatów formułuje się i dowodzi inne twierdzenia danej teorii. Przykładem aksjomatu w geometrii euklidesowej jest np.: „Przez dwa różne punkty przechodzi tylko jedna prosta".

### Algorytm

Metoda postępowania zawierająca zbiór poleceń ze wskazaniem kolejności ich wykonania.

### Constans

Wielkość stała, niezmienna, której przyporządkowana jest pewna zdefiniowana wartość.



### Dedukcja

Ciąg logicznych kroków, których wynik jest osiągany dokładnie ze zbioru warunków początkowych (założeń).

### Alfabet grecki

Większość liter alfabetu greckiego jest w matematyce używana, jako oznaczenia. Poniżej podano cały ten alfabet, wymieniając kolejno literę dużą i małą oraz nazwę litery:

A, $\alpha$ – alfa, B, $\beta$ – beta, $\Gamma$, $\gamma$ – gamma, $\Delta$ , $\delta$ – delta, E, $\varepsilon$ – epsilon... $\Omega$, $\omega$ – omega.

### Cyfry

Umowne znaki graficzne za pomocą, których zapisywane są liczby.

### Arabskie cyfry

Powszechnie używane do zapisywania liczb cyfry: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Oprócz nich znacznie rzadziej są używane → cyfry rzymskie.

### Liczba:

Jednocyfrowa – Liczba składająca się z jedynie z cyfry jedności: 1 lub 8 lub 9

Dwucyfrowa – a ·10 + b ·1, gdzie a-cyfra dziesiątek, b- cyfra jedności.

Trzycyfrowa – a ·100 + b ·10, + c, gdzie a-cyfra setek, b- cyfra dziesiątek, c- cyfra jedności

Czterocyfrowa – a ·1000 + b ·100, +c ·10 + d , gdzie a- cyfra tysięcy, b- cyfra setek, c- cyfra dziesiątek, d- cyfra jedności itd...

### Cyfry rzymskie siedem znaków

I – 1
V – 5
X – 10
L – 50
C – 100
D – 500
M – 1000

Służących do zapisu liczb w systemie rzymskim.

Np.: 41 – XLI
1924 – MCMXXIV
2017 – MMXVII

### Element

Pojedynczy przedmiot, który należy do zbioru.

### Element neutralny

Element zbioru, który nie zmienia wartości innego elementu, gdy połączymy go działaniem z tym elementem.

Np. element neutralny dodawania 0, bo 2+0=2, a element neutralny mnożenia 1, bo 2·1=1

### Liczba naturalna

liczba należąca do zbioru: {0,1,2,3,4,...}

### Liczba całkowita

Liczba naturalna dodatnia lub liczba do niej przeciwna lub neutralna liczba 0 czyli liczba należąca do zbioru :{...-3,-2,-1,0,1,2,3,4...}

### Liczba dziesiętna

W skrócie nazwa liczby wymiernej, która ma rozwinięcie dziesiętne skończone np. 12,45 lub –0,0034

### Liczba wymierna

liczba, którą można zapisać jako iloraz $\frac{m,}{n}$ ,gdzie m i n są liczbami całkowitymi n≠0.
Do liczb wymiernych należą
wszystkie liczby naturalne: 0,1,6,...
całkowite: -4, -2, 0, 4, 100,...
ułamki zwykłe gdzie licznik i mianownik to liczby całkowite i mianownik różny od zera $\frac{4}{13}$
ułamki dziesiętne skończone: 2,345
ułamki dziesiętne nieskończone, okresowe typu 1,2(46)=1,24646464646...

### Ułamek dziesiętny

Jest ułamkiem zwykłym o mianowniku będącym potęgą liczby 10 o wykładniku naturalnym. Każdy ułamek dziesiętny możemy zapisać w postaci dziesiętnej bez użycia kreski ułamkowej, ale z przecinkiem np.: $\frac{117}{100}$ =1,7. Liczbę przed przecinkiem nazywamy częścią całkowitą, a po przecinku częścią ułamkową.

### Ułamek dziesiętny nieskończony

Ułamek dziesiętny, który w zapisie ma po przecinku nieskończenie wiele cyfr np: 1,236573... lub 1,333333...=1,(3) lub 12,345454545... = 12,3 (45) lub 0,34175...

### Ułamek okresowy

Ułamek dziesiętny nieskończony okresowy lub krótko ułamek dziesiętny okresowy np:12,121212...-= 12,(12) lub 1,2356356356...=1,2(356), liczbę w nawiasie, czyli powtarzającą się grupę cyfr nazywamy okresem.



### Postać dziesiętna

Liczba dziesiętna, powstaje przy zamianie ułamka dziesiętnego na liczbę, w której można wyróżnić część całkowitą i część ułamkową np. $\frac{3}{100}$ =0,03, gdzie częścią całkowitą jest 0 a ułamkową zapis 03 po przecinku.

### Ułamek zwykły

Każde wyrażenie postaci $\frac{p}{q}$ , gdzie p jest w liczniku (nad kreską ułamkową), q jest w mianowniku (pod kreską ułamkową), liczby p i q muszą być całkowite oraz q różne od zera.

### Liczba niewymierna

Każda liczba rzeczywista, która nie jest wymierna np. $\sqrt{15}$,$\frac{\sqrt{3}}{2}$,π

### Liczby przeciwne

To dwie takie liczby, których suma jest równa 0 – elementowi neutralnemu dodawania, do każdej liczby rzeczywistej a, istnieje w zbiorze *R* liczba do niej przeciwna (-a) np. 2 i -2

### Odwrotność liczby

Dla liczby a≠0, liczba *a* i liczba $\frac{1}{a}$ , są do siebie odwrotne. Liczba a i jej odwrotność po pomnożeniu dają element neutralny mnożenia czyli 1. Np. 3 i $\frac{1}{3}$

### Liczba pierwsza

Liczba naturalna większa od 1, która ma dokładnie dwa dzielniki. Liczba 1 nie jest liczbą pierwszą, gdyż ma jeden dzielnik. Liczba 0 nie jest liczbą pierwszą, gdyż ma nieskończenie wiele dzielników. Przykłady liczb pierwszych 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, ...

### Liczba złożona

Liczba naturalna, która ma więcej jak dwa dzielniki. Przykłady liczb złożonych: 4, 6, 8,9,...

Dzielnikami liczby 8 są: 1,2,4,8

### Dzielnik liczby

Liczba, która dzieli bez reszty daną liczbę.

### NWW

Kilku liczb naturalnych nazywamy najmniejszą ze wszystkich wspólnych wielokrotności tych liczb. Np. NWW (9,12)=36

### NWD
Liczb naturalnych nazywamy największą liczbę naturalną, która jest wspólnym dzielnikiem tych liczb np. NWD(18,12)=6

### Liczby względnie pierwsze
To takie, które nie maja żadnych wspólnych dzielników całkowitych z wyjątkiem -1 i 1.

Np. 9 i 8

### Dodawanie (sumowanie)
działanie: a + b = c, gdzie a, b – składniki, c – suma

Symbol: +. Operacja znajdowania sumy dwóch lub więcej elementów.

Operacją odwrotną do dodawania jest odejmowanie.

W arytmetyce dodawanie liczb jest przemienne czyli a+b=b+a

i łączne czyli (a+b)+c=a+(b+c)

a jego elementem neutralnym jest zero.

### Odejmowanie
Działanie a-b=c, gdzie a – jest odjemną, b – odjemnikiem, c – różnicą (wynikiem).

### Mnożenie
Działanie: a · b = c, gdzie a, b – czynnik, c – iloczyn(wynik)

Symbol: „ ·”. Operacja znajdowania iloczynu dwóch lub więcej elementów.

Operacją odwrotną do mnożenia jest dzielenie.

W arytmetyce mnożenie liczb jest przemienne czyli a · b = b · a

i łączne czyli (a · b) · c = a · (b · c)

a jego elementem neutralnym jest jeden.

### Łączność mnożenia względem dodawania
(a + b ) · c = a · c + b · c

### Czynnik
Każda z liczb występujących w iloczynie.

### Rozkład na czynniki
Zapisanie pewnej liczby w postaci iloczynu czynników.

### Iloraz
Wynik dzielenia a ÷ b = c, gdzie a – dzielna, b – dzielnik, c – iloraz(wynik).



### Licznik
W ułamku $\frac{p}{q}$ liczba zapisana nad kreską ułamkową czyli p

### Mianownik
W ułamku $\frac{p}{q}$ liczba zapisana pod kreską ułamkową czyli q. Mianownik zawsze musi być różny od zera.

### Pierwiastek
Pierwiastek *n*-tego stopnia z liczby a,; $\sqrt[n]{a}$, n – stopień pierwiastka, a – liczba podpierwiastkowa np. $\sqrt[5]{14}$

### Pierwiastek kwadratowy
Pierwiastek drugiego stopnia z liczby a, np.: $\sqrt[2]{a}=\sqrt{a}$ dla $a \geq 0$ czyli: $\sqrt[2]{8}=\sqrt{8}$

### Pierwiastek sześcienny
Pierwiastek trzeciego stopnia z liczby a, np.: $\sqrt[3]{a}$ czyli: $\sqrt[3]{7}$

### Stopień pierwiastka
Liczba naturalna większa od 1. Pierwiastek zapisujemy $\sqrt[n]{a}$, n – stopień pierwiastka, czytamy „pierwiastek stopnia n z liczby a.”

### Potęga
a do potęgi n, to n-ta potęga liczby a, gdzie $a^0 = 1$, i $a^n = a \cdot a \cdot a \cdot ... \cdot a$ , a mnożymy przez siebie n razy,

a – podstawa potęgi, n – wykładnik potęgi, n jest liczbą naturalną

### Potęga iloczynu
np.: $(a \cdot b)^n$

### Potęga ilorazu
np.: $(\frac{a}{b})^n$

### Potęga potęgi
np.: $(a^n)^m$

### Notacja wykładnicza:
Liczbę dodatnią a możemy przedstawić w postaci iloczynu: $a = x \cdot 10^n$ , gdzie x jest liczbą spełniającą warunek $1 \leq x < 10$, a n liczbą całkowitą. Np. $326000000000 = 3{,}26 \cdot 10^{11}$

$0{,}00000097 = 9{,}7 \cdot 10^{-7}$

### Jeden
Nazwa liczby 1 = $10^0$

### Tysiąc
Nazwa liczby 1 000 = $10^3$

### Milion
Nazwa liczby 1 000 000 = $10^6$

### Miliard
Nazwa liczby 1 000 000 000 = $10^9$

### Przybliżenie
Przybliżając liczbę w postaci dziesiętnej, zwykle stosujemy regułę zaokrąglenia, która polega na odrzuceniu końcowych cyfr tej liczby:

– gdy pierwszą z odrzuconych cyfr jest ; 0, 1, 2, 3, 4 to ostatnią z zachowanych cyfr pozostawiamy bez zmian czyli np. przy zaokrągleniu do całości 4,29 ≈ 4

– gdy pierwszą z odrzuconych cyfr jest ; 5, 6, 7, 8, 9, to ostatnią z zachowanych cyfr zwiększamy o 1, czyli przy zaokrągleniu do całości 4,61 ≈ 5

### Przybliżenie z niedomiarem
Gdy przybliżenie jest od niej mniejsze np. 136,274 ≈ 136,27

### Przybliżenie z nadmiarem
Gdy przybliżenie jest od niej większe np. 136,275 ≈ 136,28

### Dokładność
Ilość ważnych cyfr w liczbie określającej wartość pewnej wielkości.

### Procent (%)
pewnej wielkości oznacza $\frac{1}{100}$ tej wielkości
np. 5% z 200 ⇔ $\frac{5}{100} \cdot 200 = 10$

### Promil (‰)
1‰ pewnej wielkości oznacza $\frac{1}{1000}$ tej wielkości
Np. 5‰ z 200 ⇔ $\frac{5}{1000} \cdot 200 = 1$

### Punkt procentowy (p.p.)
To różnica między dwiema wartościami tej samej wielkości (np. inflacji) podanymi w procentach. Jeżeli oprocentowanie wzrosło z 4% do 5% to wzrost nastąpił o 1pp, natomiast w procentach o 25%





### Wzór
Równość arytmetyczna – nazywamy dwa wyrażenia algebraiczne połączone znakiem równości np.: $S=V \cdot t$

### Skala
Ułamek wyrażający stosunek długości określonego odcinka na rysunku technicznym lub mapie do jego rzeczywistej długości
np. 1:250 oznacza, że 1cm na mapie odpowiada 250cm w

### Jednostka
Ustalona wartość pewnej wielkości, używana do wyrażeń innych wartości tej samej wielkości.

### Długości:
1000mm (milimetr) = 100cm (centymetr) = 10dm (decymetr) = 1m (metr) = 0,001km (kilometr)

### Masy:
1000mg (miligram) =1g (gram) = 0,1dag (dekagram) = 0,001kg (kilogram); 1kg (kilogram) = 0,01q (kwintal) = 0,001t (tona)

### Czasu:
3600s (sekunda) = 60min (minuta) = 1h (godzina) = 1/24 doby ; 1tydzień = 7dni; 1 kwartał = 3 miesiące
1 rok zwykły = 365dni, 1 rok przestępny = 366 dni
1 rok = 365 lub 366 dni = 12 miesięcy = 4 kwartały

### Powierzchni:
1m · 1m = $1m^2$ ; 10m · 10m = $100m^2$ = 1a; 100m · 100m = $10000m^2$ = 1ha; 100a = 1ha; m – metr, a – ar, ha – hektar

### Objętości:
$1cm^3$ = 1ml (mililitr) ; $1dm^3$ = 1l (litr); 100l = 1hl (hektolitr)
1 cal = 0,0254 m = 2,54 cm.
1 kopa = 60 sztuk
1 mendel = 15 sztuk.

1 tuzin = 12 sztuk.

## 2. Język matematyki

### Zdanie

Zdaniami nazywamy w logice zdania orzekające, z których każde jest albo prawdziwe albo fałszywe

### Alternatywa i zaprzeczenie alternatywie

Alternatywa to dwa zdania połączone spójnikiem „lub" (symbol $\vee$).

Alternatywa jest zdaniem prawdziwym wtedy i tylko wtedy, gdy choć jedno ze zdań wchodzących w jej skład jest zdaniem prawdziwym czyli:

($p \vee q$) jest zdaniem prawdziwym wtedy i tylko wtedy gdy p jest prawdziwe lub q jest prawdziwe

np. warunek $x^2 - 1 = 0$ jest równowa ny
$(x-1)(x+1)=0$ a on jest równoważny alternatywie
$(x + 1) = 0 \vee (x - 1) = 0$, czyli alternatywie
$x = -1 \vee x = 1$.

Zaprzeczeniem alternatywy jest koniunkcja zaprzeczeń czyli

$[\sim(p \vee q)] \Leftrightarrow [\sim p \wedge \sim q]$

np. warunek $\sim (x^2 - 1 = 0)$ jest równoważny
$x^2 - 1 \neq 0$ jest równoważny
$(x-1)(x+1) \neq 0$ a on jest równoważny koniunkcji
$(x + 1) \neq 0 \wedge (x - 1) \neq 0$, czyli koniunkcji
$x \neq -1 \wedge x \neq 1$.

### Koniunkcja

Koniunkcja to dwa zdania połączone spójnikiem „i" (symbol $\wedge$).

Koniunkcja jest zdaniem prawdziwym wtedy i tylko wtedy, gdy oba zdania wchodzących w jej skład są zdaniami prawdziwymi czyli

($p \wedge q$) jest zdaniem prawdziwym wtedy i tylko wtedy gdy p jest prawdziwe i q jest prawdziwe

Np. Przekątne w kwadracie przecinają się pod kątem prostym i przekątne w kwadracie przecinają się w połowie.

Zaprzeczeniem koniunkcji jest alternatywa zaprzeczeń czyli

$[\sim(p \wedge q)] \Leftrightarrow [\sim p \vee \sim q]$

Np. Przekątne w kwadracie nie przecinają się pod kątem prostym lub nie przecinają się w połowie



### Implikacja

Implikacja to dwa zdania połączone spójnikiem „to" (symbol $\Rightarrow$).

Implikacja jest tylko raz zdaniem fałszywym, gdy z prawdy wynika fałsz czyli
($p \Rightarrow q$) jest zdaniem prawdziwym wtedy i tylko wtedy gdy
p jest prawdziwe i q jest prawdziwe lub
p jest fałszywe i q jest prawdziwe lub
p jest fałszywe i q jest fałszywe,
p – poprzednik implikacji, q – następnik
np. jeżeli czworokąt jest kwadratem to ten czworokąt jest trapezem.

Zaprzeczeniem implikacji jest:
$[\sim(p==>q)] \Leftrightarrow [p \wedge (\sim q)]$
czyli czworokąt jest kwadratem i nie jest trapezem.

### Równoważność

Równoważność to dwa zdania połączone spójnikiem „wtedy i tylko wtedy" (symbol $\Leftrightarrow$)

Równoważność jest prawdziwa, jeżeli oba zdania maja tę samą wartość logiczną czyli oba zdania są prawdziwe lub oba fałszywe czyli

($p \Leftrightarrow q$) jest zdaniem prawdziwym wtedy i tylko wtedy gdy
p jest prawdziwe i q jest prawdziwe lub
p jest fałszywe i q jest fałszywe
np. liczba 111 jest podzielna przez 3 $\Leftrightarrow$ 111+3 jest podzielne przez 3
liczba 112 jest podzielna przez 3 $\Leftrightarrow$ 112+3 jest podzielne przez 3

### Hipoteza

Wypowiedź, teoria lub formuła, której należy dowieść, ale co, do której istnieje przypuszczenie, że jest prawdziwa.

### Twierdzenie matematyczne.

Prawdę, która wynika z pewników, nazywamy *twierdzeniem*, a rozumowanie wykazujące prawdziwość twierdzenia, nazywamy *dowodem*.

Najogólniejszą postacią twierdzenia jest *„Jeżeli A, to B"*. Twierdzenie składa się z dwóch części: założenia (JEŻELI...) I TEZY (TO...).

Twierdzenie, które powstało z danego przez zamianę założenia z tezą, nazywamy TWIERDZENIEM ODWROTNYM względem danego.

Nie każde twierdzenie odwrotne jest prawdziwe.

Np. Twierdzenie Pitagorasa: Jeżeli trójkąt jest prostokątny (założenie), to suma kwadratów długości przyprostokątnych jest równa kwadratowi długości przeciwprostokątnej(teza)

Twierdzenie odwrotne do Twierdzenia Pitagorasa (zamiana tezy z założeniem) Jeżeli w trójkącie suma kwadratów długości dwóch krótszych boków jest równa kwadratowi długości najdłuższego boku (założenie), to trójkąt jest prostokątny (teza).

### Dowód

Logiczne rozumowanie pokazujące, że zdanie, twierdzenie lub wzór matematyczny jest prawdziwy. Dowód składa się ze zbioru podstawowych założeń zwanych aksjomatami lub przesłanek, które są połączone zgodnie z prawami logiki, w celu wywiedzenia dowodzonego wyrażenia lub wniosku. Udowadniana jest teza, przy wykorzystaniu założeń.

### Dowód wprost

Argumentacja logiczna, w której twierdzenie lub zdanie logiczne udowadniane jest jako wynik ciągu kolejnych kroków wywodzących z początkowych założeń, które znamy lub zakładamy, że są prawdziwe

### Dowód nie wprost (reductio ad absurdum)

Sposób dowodzenia twierdzeń, polegający na zaprzeczeniu tezy i pokazaniu, że prowadzi to do sprzeczności.

### Warunek dostateczny (wystarczający)

Każdy warunek (założenie) wystąpienia pewnego faktu (tezy) matematycznego, z którego ten fakt wynika. W implikacji „jeżeli p to q" będącej twierdzeniem zdanie p jest warunkiem dostatecznym na to, aby zachodziło zdanie q.

### Warunek konieczny

Każdy wniosek (teza) z wystąpienia pewnego faktu (założenia) matematycznego wypływający z tego faktu. W implikacji „jeżeli p to q" będącej twierdzeniem, zdanie q jest warunkiem koniecznym na to, aby zachodziło zdanie p.

### Zbiór

Aby określić zbiór należy określić, jakie są jego elementy

Zbiór skończony- zbiór, który ma skończona liczbę elementów np. zbiór dzielników liczby 3 czyli {1,3}

Zbiór nieskończony- zbiór, który ma nieskończona liczbę elementów np. zbiór liczb naturalnych czyli {0,1,2,3,4...}

Zbiór, który nie ma elementów nazywamy zbiorem pustym i oznaczamy symbolem $\varnothing$.



### Podzbiór zbioru

Zbiór A jest podzbiorem zbioru B oznaczamy $A \subset B$ (symbol „$\subset$"-zawieranie) np. $N \subset C \subset W \subset R$, $W \not\subset NW$, $NW \subset R$, gdzie N – zbiór liczb Naturalnych, C – zbiór liczb Całkowitych, W – zbiór liczb Wymiernych, NW – zbiór liczb Niewymiernych, R – zbiór liczb rzeczywistych.

### Suma zbiorów A i B (oznaczamy A∪B)

Do sumy $A \cup B$ zaliczamy wszystkie liczby, które wchodzą w skład zbioru A lub zbioru B czyli: $x \in (A \cup B) \Leftrightarrow [x \in A \text{ lub } x \in B]$

### Iloczynem (częścią wspólną) zbiorów A i B (oznaczamy A∩B)

Do iloczynu $A \cap B$ zaliczamy wszystkie liczby, które wchodzą w skład zbioru A i zbioru B czyli: $x \in (A \cap B) \Leftrightarrow [x \in A \text{ i } x \in B]$

### Różnicą zbiorów A i B (oznaczamy A \ B)

Do różnicy $A \setminus B$ zaliczamy wszystkie liczby, które należą do zbioru A i nie należą do zbioru B czyli: $x \in (A \setminus B) \Leftrightarrow [x \in A \text{ i } x \notin B]$

### Dopełnienie zbioru A (oznaczamy A')

Dopełnieniem zbioru A jest cały zbiór nie należący do A, czyli $A' = \Omega \setminus A$, gdzie $\Omega$- cała przestrzeń.

### Nierówność

Dwie wielkości połączone znakiem nierówności: „<"- mniejszości, „>" większości, „≤"-mniejsze równe i „≥" większe równe.

Nierówności „<" i „ >" nazywamy nierównościami ostrymi, zaś nierówności , „≤" i „≥" sa nieostre lub łagodne.

### Zbiór rozwiązań

Zbiór wszystkich liczb spełniających dane równanie (nierówność).

### Równoważność nierówności

Dwie nierówności nazywamy równoważnymi, jeżeli maja one te same zbiory rozwiązań.

### Równość

Dwie wielkości połączone znakiem równości.

### Rozwiązać równanie (nierówność)

To znaczy znaleźć wszystkie liczby, które po podstawieniu dadzą zdanie prawdziwe.

Np. $x^2 = 4 \Leftrightarrow$ ( x=2 lub x= -2 )
$x^2 < 0 \Leftrightarrow x \in \varnothing$

### Wyrażenie algebraiczne

– wyrażenie matematyczne, złożone z jednego lub większej liczby symboli algebraicznych (tzn. stałych lub zmiennych), połączonych znakami działań (+, −, ·, :, potęgi i pierwiastka) i ewentualnie nawiasów, zgodnie z regułami notacji matematycznej

Najprostsze wyrażenia algebraiczne to pojedyncze stałe (np. 5) oraz zmienne (np. x), bardziej skomplikowane to m.in. jednomiany (np. $-3a^3 b$), dwumiany (np. $3x^3 y- 2xy^2$) czy wielomiany (np. $2x^5 +4x^2 -3xy +1$)

### Jednomian

Wyrażenie algebraiczne będące liczbą, literą (zmienną) lub iloczynem czynników liczbowych i literowych np.: $-3 \cdot a^3 \cdot b = -3a^3 b\cdot$

### Współczynnik jednomianu

Nazywamy czynnik liczbowy jednomianu, który piszemy zwykle na początku np.: dla jednomianu $3xy^4z$ współczynnikiem jest liczba 3

### Dwumian

Wyrażenie algebraiczne z dwoma zmiennymi np. $3x + 2y^3$

### Wielomian

Wielomian jest wyrażeniem algebraicznym będącym sumą dowolnych jednomianów, które nazywamy wyrazami wielomianu np.: $3x^2 - 2xy + \sqrt{2}y$

### Suma algebraiczna

Jest wyrażeniem algebraicznym utworzonym z jednomianów połączonych znakami działań: dodawania i odejmowania np.: $2x + y = z$

### Wyrażenie niewymierne

Jest wyrażeniem algebraicznym, w którym występują pierwiastki np.: $\sqrt[3]{xy-z} -2xy$

### Wyrażenie wymierne

Wyrażenie algebraiczne zapisane w postaci ilorazu dwóch wielomianów, przy czym dzielnik nie może być równy zero. $(a^3-2ab):(2x)$





### Wartość wyrażenia algebraicznego

Wartość liczbowa uzyskana po wstawieniu w miejsce zmiennych (liter) dane liczby i wykonaniu wskazanych działań.

### Równość algebraiczna (wzór)

Dwa wyrażenia algebraiczne połączone znakiem równości.

### Wartość bezwzględna liczby a (oznaczamy |a| )

$| a | = a$ , gdy a jest nieujemna lub $| a | = -a$, gdy a jest ujemna.

Np. $| 2| = 2$, $|-2| = - (-2) = 2$

### Błąd

Niedokładność pomiaru lub szacowania pewnej wielkości.

### Błąd bezwzględny

Informuje, o ile różni się wartość zmierzona od dokładnej czyli obliczenie lub pomiar niezależny od odpowiedniej wartości standardowej. Błąd ten liczymy ze wzoru:

błąd bezwzględny = $|x-a|$

gdzie: x – to dokładna wartość, a – przybliżenie liczby x

np. Boisko ma długość 122,5 metra. Pomiar wykonany przez uczniów wyniósł 120 metrów.

Błąd bezwzględny $|122,5-120| = 2,5$m

### Błąd względny

Liczymy ze wzoru i wyrażamy go w procentach:

błąd względny = (błąd bezwzględny)/(|wartość rzeczywista|) · 100% = $(|x-a|)/(|x|) \cdot 100\%$,

gdzie: x – to dokładna wartość, a – to zmierzona wartość

np. Boisko ma długość 122,5 metra. Pomiar wykonany przez uczniów wyniósł 120 metrów.

Błąd względny: $(|122,5-120|)/(|122,5|) \cdot 100\% = 2,5/122,5 \cdot 100\% = 2,04\%$

## 3. Funkcje

### Podziałka

Graficzne przedstawienie skali.

### Punkt zerowy

Punkt, któremu przyporządkowana jest liczba  Punkt ten dzieli oś liczbową na dwie półosie: dodatnią (do której należy punkt  ) i ujemną. Nazywamy go punktem początkowym osi liczbowej.

### Punkt jednostkowy

Punkt, któremu przyporządkowana jest liczba

### Oś liczbowa

Prosta, na której zaznaczone są dwa punkty: punkt jednostkowy i punkt zerowy dzielący oś na dwie półproste.

### Oś pionowa

Oś Y, (OY) lub oś rzędnych.

### Oś pozioma

Oś X, OX lub oś odciętych.

### Para uporządkowana

Para liczb lub elementów, dla których określono porządek - wskazano, który element jest pierwszy, a który drugi, itd.

### Układ współrzędnych

Prostokątnym układem współrzędnych na płaszczyźnie nazywamy dwie osie liczbowe na płaszczyźnie, prostopadłe do siebie, o wspólnym punkcie zerowym oznaczonym literą O. Punkt ten nazywamy początkiem układu współrzędnych i oznaczamy O (0,0) lub O = (0,0)

### Współrzędna

Jeżeli punkt A ma współrzędne (x,y) , to  nazywamy pierwszą współrzędną (odciętą) punktu A, zaś y nazywamy drugą współrzędną (rzędną) punktu A i zapisujemy A(x,y) lub  A= (x,y)

### Iloczyn kartezjański

Jest to zbiór uporządkowanych par (x, y), gdzie $x \in A$ i $y \in B$. $AXB = \{(x, y): x \in A \wedge y \in B\}$.

### Funkcja (odwzorowanie)

Funkcją nazywamy przyporządkowanie, które każdemu elementowi jednego zbioru przypisuje dokładnie jeden element drugiego zbioru. Funkcje często definiujemy jako relację między elementami dwóch zbiorów. Każdemu elementowi jednego zbioru, zwanego dziedziną, odpowiada dokładnie jeden element drugiego zbioru, zwanego przeciwdziedziną.

Elementy dziedziny to ARGUMENTY, zaś przeciwdziedziny to WARTOŚCI FUNKCJI.





### Graf

Rysunek pokazujący związki między liczbami lub wielkościami.

### Wykres funkcji

Wykres funkcji $f: X \rightarrow Y$ to zbiór wszystkich punktów o współrzędnych (x, f(x)), gdzie $x \in X$.

### Dziedzina

Zbiór liczb lub wielkości, dla których pewne działanie jest wykonalne.

### Miejsce zerowe funkcji

Dla y=f(x), nazywamy taki jej argument, dla którego wartość funkcji jest równa zero.

### Funkcja rosnąca

Jeśli dla dowolnych dwóch argumentów x1, x2 spełniony jest warunek
jeśli  $x1 < x2$ to  $f(x1) < f(x2)$

### Funkcja malejąca

Jeśli dla dowolnych dwóch argumentów x1, x2 spełniony jest warunek
jeśli  $x1 < x2$ to  $f(x1) > f(x2)$

### Funkcja stała

Jeśli dla dowolnych dwóch argumentów x1, x2 spełniony jest warunek
jeśli  $x1 < x2$ to  $f(x1) = f(x2)$

### Funkcja niemalejąca

Funkcja ,która jest rosnąca lub stała

### Funkcja nierosnąca

Funkcja ,która jest malejąca lub stała

### Funkcja ciągła

Funkcja, która nie ma nagłych zmian w wartościach w całej dziedzinie. Każdy jej punkt jest punktem ciągłości. Nie rozrywa się w żadnym miejscu.

### Funkcja różnowartościowa

Jest funkcją f: X→Y , która różnym argumentom przyporządkowuje różne wartości, czyli że z nierówności $a \neq b$ wynika nierówność $f(a) \neq f(b)$ dla dowolnych argumentów $a,b \in D$

### Funkcja parzysta

Jeśli dla dowolnych dwóch argumentów $x,-x \in D$, spełniony jest warunek $f(x) = f(-x)$ czyli jeżeli wykres funkcji jest symetryczny względem osi OY np. y = cos x

### Funkcja nieparzysta

Jeśli dla dowolnych dwóch argumentów $x,-x \in D$, spełniony jest warunek $f(-x) = -f(x)$ czyli jeżeli wykres funkcji jest symetryczny względem punktu (0,0) np. y = sin x

### Funkcja okresowa

Funkcja dla której istnieje okres T. Funkcja okresowa ma nieskończenie wiele okresów postaci kT1, $k \in C$ np. funkcje trygonometryczne

### Funkcja liniowa

Funkcja rzeczywista zmiennej rzeczywistej f: R → R określona wzorem $f(x)= a x + b$, gdzie a i b są pewnymi ustalonymi liczbami rzeczywistymi, zwanymi współczynnikami. Wykresem funkcji liniowej jest linia prosta

### Równanie kierunkowe prostej

Równanie postaci $f(x)= a x + b$ gdzie $a, b \in R$, a – współczynnik kierunkowy = tg $\alpha$, gdzie $\alpha$ – katem nachylenia prostej do dodatniej półosi OX, zaś b – punkt przecięcia prostej z osią OY,

### Równanie ogólne prostej

Równanie postaci $Ax + By + C = 0$

### Funkcja kwadratowa ( trójmian kwadratowy)

Funkcja postaci:

$f(x) = a x^2 + b x + c$, $a \neq 0$ , D = R –. POSTAĆ OGÓLNA,

$f(x) = a ( x - p)^2 + q$ – POSTAĆ KANONICZNA, gdzie $p = \frac{-b}{2a}$ , $q = \frac{-\Delta}{4a}$ , (p , q ) – wierzchołek paraboli

$f(x) = a ( x - x_1 ) ( x - x_2 )$ – POSTAĆ ILOCZYNOWA, dla $\Delta \geq 0$ i $x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

Jej wykresem jest parabola.





### Funkcja potęgowa

Funkcja postaci $f(x) = x^c$ , $c \in R$ Dziedzina funkcji i jej wykres zależą od wykładnika potęgi. Szczególnymi przypadkami są funkcje :

$f(x) = x^2$ której wykresem jest parabola.

$f(x) = x^{-1} = 1/x$, $x \in R\setminus\{0\}$, której wykresem jest hiperbola

### Funkcja wykładnicza:

Funkcja postaci $f(x) = a^x$ , $a > 0$, $a \neq 1$, D = R. Jej wykresem jest krzywa wykładnicza.

### Funkcja logarytmiczna

Funkcja postaci $f(x) = \log_a x$, $a > 0$, $a \neq 1$, $D = R_+$ .Jej wykresem jest krzywa logarytmiczna.

### Funkcje trygonometryczne

Funkcje postaci: f(x) = sin x, D = R; f(x) = cos x, D = R; f(x) = tg x i cos $x \neq 0$; f(x) = ctg x i sin $x \neq 0$ .

Wykresy noszą nazwy: sinusoida, kosinusoida, tangensoida i kotangensoida. Funkcje te są okresowe.

### Funkcja moduł

Funkcja postaci : $f(x) = | x|$ , D = R . Jej wykresem są dwie półproste y = x i y = - x o początku w punkcie (0,0) zawarte w górnej półpłaszczyźnie układu współrzędnych.

### Funkcja signum(znak)

Funkcja przyjmująca wartość +1 dla argumentu dodatniego, wartość -1 dla argumentu ujemnego i wartość 0 dla argumentu równego 0, D = R. Funkcja jest przedziałami liniowa. Nie jest ciągła.

### Asymptota

Linia prosta, do której krzywa zbliża się na nieskończenie małą odległość, gdy punkt oddala się w nieskończoność po gałęzi krzywej np. hiperbola ma dwie asymptoty

### Proporcja

Równość dwóch stosunków.

### Proporcjonalność prosta

Zależność między dwiema wielkościami zmiennymi x i y, określoną wzorem y = ax, gdzie $a \neq 0$, zwaną współczynnikiem proporcjonalności. Np. y = 2x, wykresem linia prosta.

### Proporcjonalność odwrotna

Zależność między dwiema wielkościami zmiennymi x i y, określoną wzorem $y = \frac{a}{x}$ $x \neq 0$, gdzie $\alpha$ jest dowolną liczbą rzeczywistą różną od zera. Np. $y = \frac{1}{x}$, $x \neq 0$ , wykresem jest hiperbola.

## 4. PLANIMETRIA

### Geometria płaska (planimetria)

Dział matematyki zajmujący się zbiorami punktów, prostych, płaszczyzn, krzywych, ich związkami, własnościami, przekształceniami figur i miarą określoną w zbiorze figur.

### Figura geometryczna płaska

Każdy zbiór punktów płaszczyzny, np. punkt, prosta, krzywa, płaszczyzna, okrąg, kwadrat, trójkąt, wielokąt.

### Łamana

Figura geometryczna, która jest sumą skończonej liczby odcinków spełniających następujące warunki: 1) dowolne dwa odcinki mają co najwyżej jeden wspólny punkt, 2) odcinki można uporządkować tak, aby koniec pierwszego odcinka był początkiem drugiego, koniec drugiego odcinka był początkiem trzeciego itd.,

### Łamana zamknięta

Łamana, której koniec ostatniego odcinka pokrywa się z początkiem pierwszego odcinka.

### Prosta

Prosta jest tzw. pojęciem pierwotnym, Interpretujemy ją jako szczególny przypadek linii nieograniczonej z obydwu stron.

### Półprosta

Jedna z dwóch części prostej wyznaczona przez dowolny punkt *A* należący do prostej. Każda z tych części wraz z punktem *A* jest półprostą. Punkt *A* nazywamy początkiem półprostej.

### Odcinek

O końcach A i B nazywamy zbiór wszystkich punktów prostej AB leżących między punktami A i B wraz z tymi punktami.





### Odcinek zerowy

Zbiór jednopunktowy też jest odcinkiem

### Długość

Odległość dwóch punktów liczona wzdłuż krzywej (lub prostej), na której leżą.

### Długość odcinka

Liczba rzeczywista, którą znajdujemy, ustalając, ile razy odcinek jednostkowy mieści się w danym odcinku.

### Długość łamanej

Suma długości boków tej łamanej.

### Odcinki równe

Dwa odcinki równych długości.

### Punkty współliniowe

Punkty, które należą do jednej prostej.

### Punkty niewspółliniowe

Punkty, które nie należą do jednej prostej.

### Figura wypukła

Figura geometryczna, w której każdy odcinek o końcach należących do tej figury zawiera się w tej figurze.

### Figura wklęsła

Figura, która nie jest wypukła.

### Kąt

Każda z dwóch części płaszczyzny ograniczonych dwiema półprostymi o wspólnym początku wraz z tymi półprostymi. Jednostkami miary kątów są radian [rad] i stopień [°]

### Ramię kąta

Jedna z półprostych tworzących dany kąt.

### Kąt zerowy

Kąt, którego ramiona pokrywają się i tworzą kąt o mierze 0°

### Kąt pełny
Kąt, którego ramiona pokrywają się i tworzy kat o mierze 360°

### Kąt półpełny
Kąt, którego ramiona przedłużają się, tworząc prostą. Miara 180°

### Kąt prosty
Kąt, którego miara jest równa 90°

### Kąt ostry
Kąt, którego miara jest większa od 0° i mniejsza od 90°

### Kąt rozwarty
Kąt, którego miara jest większa od 90° lecz mniejsza od 180°

### Kąt wypukły
To kąt, którego wnętrze jest figurą wypukłą.

### Kąt wklęsły
To kąt, którego wnętrze jest figurą wklęsłą.

### Kąt skierowany
Kąt, którego ramiona zostały uporządkowane, pierwsze ramię nazywamy początkowym, a drugie końcowym. Może być kąt skierowany dodatnio: miara kąta jest dodatnia lub kąt skierowany ujemnie: miara kąta jest ujemna.

### Kąty równe
Inaczej kąty te są przystające.

### Miara kąta
Liczba rzeczywista, którą znajdujemy, ustalając, ile razy kąt jednostkowy, któremu przyporządkowujemy miarę mieści się w danym kącie.

### Kąty przyległe
Dwa kąty wypukłe, które mają wspólny wierzchołek i jedno ramię wspólne, a dwa pozostałe ramiona przedłużają się, tworząc prostą. Suma miar kątów przyległych jest równa 180°

### Kąty wierzchołkowe
Dwa kąty wypukłe, dla których ramiona jednego z nich są przedłużeniami ramion drugiego. Kąty wierzchołkowe są równe.

### Kąty odpowiadające i naprzemianległe
Mają równe miary

### Kąt zewnętrzny wielokąta
Kąt przyległy do kąta wewnętrznego wypukłego

### Kąt wpisany w koło (okrąg)
Kąt wypukły, którego wierzchołek należy do okręgu, a ramionami są półproste zawierające cięciwy koła (okręgu).

### Kąt środkowy koła (okręgu)
Kąt o wierzchołku w środku tego koła (okręgu).

### Trójkąt
Wielokąt, który ma trzy boki.

### Trójkąt ostrokątny
Trójkąt, którego wszystkie kąty wewnętrzne są ostre.

### Trójkąt prostokątny
Trójkąt, którego jeden z kątów wewnętrznych jest kątem prostym.

### Trójkąt rozwartokątny
Trójkąt, którego jeden z kątów wewnętrznych jest kątem rozwartym.

### Trójkąt równoboczny
Trójkąt, w którym wszystkie boki mają równe długości.

### Trójkąt równoramienny
Trójkąt, który ma co najmniej dwa boki równej długości.

### Trójkąt różnoboczny
Trójkąt, którego każdy bok ma inną długość.

### Trójkąty przystające
To takie trójkąty, które są figurami przystającymi.

### Trójkąty podobne
To takie trójkąty, które są figurami podobnymi o skali k.

### Symetralna odcinka
Prosta prostopadła do tego odcinka i przechodzącą przez środek odcinka.

W każdym trójkącie symetralne przecinają się w jednym punkcie i jest to środek okręgu opisanego na tym trójkącie.

### Dwusieczna kąta
Półprosta leżąca w równej odległości od ramion kąta. Dwusieczna ma początek w wierzchołku kąta i dzieli kat na połowę.

W każdym trójkącie dwusieczne przecinają się w jednym punkcie i jest to środek okręgu wpisanego w ten trójkąt.

### Środkowa boku trójkąta
Odcinek łączący dowolny wierzchołek trójkąta ze środkiem przeciwległego boku.

W każdym trójkącie środkowe przecinają się w jednym punkcie i jest to środek ciężkości trójkąta. Środkowe przecinają się w stosunku 2:1

### Wysokość trójkąta
Odcinek wyprowadzony z danego wierzchołka trójkąta i prostopadły do prostej zawierającej przeciwległy bok tego trójkąta, łączący ten wierzchołek z punktem należącym do tego boku lub do jego przedłużenia.

W każdym trójkącie wysokości przecinają się w jednym punkcie i jest to ortocentrum trójkąta.

### Czworokąt
Wielokąt, który ma cztery boki.

### Trapez
Czworokąt, który ma przynajmniej jedną parę boków równoległych.

### Trapez równoramienny
Trapez, w którym ramiona są równej długości.

### Trapez prostokątny
Trapez, w którym jedno z ramion jest prostopadłe do podstaw.

### Równoległobok
Czworokąt, którego każde dwa przeciwległe boki są równoległe.

### Prostokąt
Czworokąt, którego wszystkie kąty są równe.

### Romb
Czworokąt, którego wszystkie boki są równej długości. Przekątne rombu przecinają się pod kątem prostym i przecinają się w połowie.

### Kwadrat
Czworokąt, który ma wszystkie boki i kąty równe.

### Deltoid
Czworokąt wypukły, mający dwie pary boków przyległych o równej długości. Dwa kąty przeciwległe deltoidu są równe. Jego przekątne są wzajemnie prostopadłe, a krótsza z nich jest dzielona na połowy przez dłuższą. Pole deltoidu równe jest połowie iloczynu długości przekątnych.

### Wielokąt
Zbiór punktów płaszczyzny ograniczony przez łamaną zwyczajną zamkniętą wraz z tą łamaną. Inaczej-wielobok.

### Wielokąt wypukły
Wielokąt, który jest figurą geometryczną wypukłą. Wielokąt jest wypukły wtedy i tylko wtedy, gdy wszystkie jego kąty wewnętrzne są wypukłe lub wszystkie przekątne zawierają się w tym wielokącie.

### Wielokąt wklęsły
Wielokąt, który nie jest wielokątem wypukłym. W wielokącie wklęsłym co najmniej jedna przekątna nie zawiera się w nim, jak i co najmniej jeden kąt wewnętrzny ma miarę większą od kąta półpełnego.

### Wielokąt foremnym
Wielokąt wypukły, który ma wszystkie boki równej długości i jego wszystkie kąty wewnętrzne mają równe miary np. trójkąt równoboczny, kwadrat

### Przekątna wielokąta
Odcinek łączący wierzchołki wielokąta i nie będący bokiem wielokąta.

### Obwód wielokąta
Długość łamanej ograniczającej ten wielokąt.

### Pole figury płaskiej
Liczba rzeczywista, którą znajdujemy, ustalając, ile razy kwadrat jednostkowy, któremu przyporządkowujemy pole równe mieści się w danej figurze, czyli, ile takich kwadratów wypełnia tę figurę.

### Sinus
Funkcja trygonometryczna kąta ostrego w trójkącie prostokątnym przedstawiona jako stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta do długości przeciwprostokątnej.

### Cosinus/Kosinus
Funkcja trygonometryczna kąta ostrego w trójkącie prostokątnym podana jako stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie do długości przeciwprostokątnej.

### Tangens
Funkcja trygonometryczna kąta ostrego w trójkącie prostokątnym określana jako stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta do długości przyprostokątnej leżącej przy kącie

### Cotangens/Kotangens
Funkcja trygonometryczna kąta ostrego w trójkącie prostokątnym wyznaczona przez stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie do długości przyprostokątnej leżącej naprzeciw kąta

### Radian
Symbol: rad. Jednostka układu SI służąca do mierzenia kąta płaskiego. Jest to kąt środkowy okręgu ograniczony łukiem równym długości promienia tego okręgu.

### Tożsamość trygonometryczna
Równość prawdziwa dla wszystkich wartości zmiennych występujących wyłącznie jako argumenty funkcji trygonometrycznych i należących do dziedzin tych funkcji.





## 5. Geometria analityczna

### Wektor
Zwrot, kierunek i długość.

### Wektor zerowy
Gdy jego początek i koniec się pokrywają. Wektor zerowy $\vec{0}$

### Wektor związany
$\overrightarrow{AB}$ jest uporządkowaną parą punktów (A, B) gdzie A – początek wektora, B – koniec wektora. Wektor związany inaczej – wektor zaczepiony.

### Wektory przeciwne
Są wtedy i tylko wtedy, gdy ich odpowiednie współrzędne są liczbami przeciwnymi.

### Odległość punktu od prostej
Długość odcinka prostopadłego do tej prostej, którego jednym końcem jest dany punkt, a drugim końcem jest punkt należący do prostej.

### Odległość między (dwiema) prostymi równoległymi
Długość każdego odcinka prostopadłego do tych prostych, o końcach należących do tych prostych.

### Koło
Zbiór punktów płaszczyzny, których odległość od ustalonego punktu zwanego środkiem koła, jest nie większa od długości promienia
Równanie koła $(x - a)^2 + (y - b)^2 \leq r^2$ , gdzie S=(a , b) i r – promień koła.

### Okrąg
Zbiór punktów płaszczyzny, których odległość od ustalonego punktu zwanego środkiem okręgu, jest równa długości promienia.
Równanie okręgu (x – a )2 + ( y – b )2 = r2 , gdzie S=(a , b) i r – promień okręgu

### Pierścień kołowy
Figura geometryczna ograniczona dwoma okręgami współśrodkowymi.

### Promień okręgu (koła)
Odcinek o końcach w punktach O i A, gdzie punkt A należy do okręgu (koła), a O jest środkiem okręgu (koła). Promień oznaczamy literą *r*

### Cięciwa
Odcinek łączący dwa dowolne punkty okręgu (koła)

### Średnica
Najdłuższa cięciwa okręgu (koła), przechodzi ona przez środek okręgu(koła).

### Półkole
Jedna z części koła, na które dzieli je jego średnica. Każda średnica koła wyznacza dwa półkola, które w sumie tworzą koło. W półkolu zawarta jest średnica wyznaczająca to półkole.

### Półokrąg
Łuk oparty na średnicy okręgu. Każda średnica wyznacza dwa półokręgi. Do każdego półokręgu należą końce średnicy wyznaczającej ten półokrąg.

### Wycinek koła
Figura geometryczna, będąca częścią koła ograniczoną dwoma promieniami i łukiem okręgu.

### Okrąg opisany na trójkącie (czworokącie)
Okrąg, który przechodzi przez wszystkie wierzchołki trójkąta (czworokąta).

### Okrąg wpisany w trójkąt (czworokąt)
Okrąg, który jest styczny do każdego boku trójkąta (czworokąta).

### Wzajemne położenie dwóch okręgów:
### $O_1$ o środku w A i promieniu R i $O_2$ o środku w B i promieniu r
– styczne zewnętrznie – $|AB| = R + r$
– styczne wewnętrznie – $|AB| = |R - r| > 0$
– przecinające się – $|R - r| < |AB| < R + r$
– rozłączne zewnętrznie – $|AB| > R + r$
– rozłączne wewnętrznie – $|AB| < |R - r|$

### Wzajemne położenie okręgu i prostej:
– Styczna do okręgu – okrąg styczny do prostej, jeżeli prosta i okrąg mają jeden punkt wspólny. Promień okręgu w stosunku do stycznej jest zawsze pod katem prostym.
– Sieczna okręgu – prosta przecinająca okrąg w dwóch punktach.
– Zewnętrzna do okręgu– Prosta i okrąg nie maja punktów wspólnych



### Izometria
Przekształcenie geometryczne, które zachowuje odległość punktów.
– Tożsamościowe – identycznościowe
– Symetria osiowa – odbicie względem prostej
– Symetria środkowa – odbicie względem punktu
– Translacja [przesunięcie] o wektor
– Obrót wokół danego punktu o dany kąt.

### Figury przystające
To dwie figury geometryczne F i F'dla których istnieje przekształcenie izometryczne takie, że obrazem figury F jest figura F'

### Jednokładność
O środku w punkcie O i skali k, $k \neq 0$ nazywamy takie przekształcenie płaszczyzny, które każdemu punktowi P przyporządkowuje taki punkt P', że: $\overrightarrow{AP'} = k \cdot \overrightarrow{AP}$

### Podobieństwo o skali k, k>0
Przekształcenie płaszczyzny, które każdym dwóm punktom A i B płaszczyzny przyporządkowuje punkty A' i B' takie, że: $|A'B'| = k \cdot |AB|$

### Figury podobne
To dwie figury geometryczne F i F' dla których istnieje przekształcenie geometryczne, zwane podobieństwem, takie że obrazem figury F jest figura F'

## 6. Ciągi

### Ciąg
Uporządkowany zbiór liczb. Każdy jego element możemy zapisać jako funkcję algebraiczną położenia tego elementu w danym ciągu. Ciąg skończony ma skończoną ilość wyrazów.

### Następnik elementu
Następnikiem elementu ciągu jest następny element tego ciągu.

### Ciąg arytmetyczny
Ciąg, w którym różnica pomiędzy dowolnym wyrazem a wyrazem poprzednim jest stała. Różnica pomiędzy dwoma kolejnymi wyrazami ciągu nazywana różnicą ciągu arytmetycznego.

### Ciąg geometryczny (postęp geometryczny)

Ciąg, w którym stosunek każdego wyrazu do wyrazu poprzedniego jest stały. Stosunek ten nazywamy ILORAZEM CIĄGU GEOMETRYCZNEGO i oznaczamy przez *q*.

## 7. Stereometria

### Geometria przestrzenna (stereometria)

Nauka o figurach geometrycznych w przestrzeni trójwymiarowej.

### Figura przestrzenna ( bryła)

Dowolny zbiór punktów przestrzeni trójwymiarowej.

### Rzut prostokątny na płaszczyznę

Rzutem prostokątnym na płaszczyznę P w kierunku prostej l nazywamy rzut równoległy, w którym prosta l jest prostopadła do rzutni.

### Rzut prostokątny na prostą

Rzutem prostokątnym na prostą k w kierunku prostej 1 nazywamy rzut równoległy, w którym prosta 1 jest prostopadła do rzutni.

### Odległość dwóch płaszczyzn równoległych

Jest odległością dowolnej prostej leżącej na jednej płaszczyźnie od płaszczyzny drugiej.

### Odległość punktu od płaszczyzny

Odległością punktu *A* od płaszczyzny *P* nazywamy długość odcinka *AA'* gdzie punkt *A'* jest rzutem prostokątnym punktu *A* na płaszczyznę *P*.

### Odległość prostej od płaszczyzny

Odległość dowolnego punktu prostej, która musi być równoległa do płaszczyzny, od tej płaszczyzny.

### Wielościan wypukły

Wielościan, który jest figurą wypukłą.

### Wielościan foremny

Wielościan wypukły, (bryła platońska) którego wszystkie ściany są wielokątami foremnymi przystającymi i każdy jego wierzchołek należy do takiej samej liczby ścian.



### Graniastosłup

Wielościan mający dwie równoległe ściany nazywane podstawami, które są wielokątami wypukłymi. Pozostałe ściany, nazywane ścianami bocznymi, są równoległobokami utworzonymi przez odcinki łączące wierzchołki przeciwległych podstaw. Jeżeli ściany boczne graniastosłupa są prostokątami, graniastosłup nazywamy prostym. W przeciwnym wypadku graniastosłup jest pochyły. Graniastosłup trójkątny ma trójkąty w podstawach i trzy ściany boczne. Graniastosłup czworokątny ma czworokąty w podstawach i cztery ściany boczne. Sześcian jest szczególnym wypadkiem takiego graniastosłupa.

### Graniastosłup prosty

Graniastosłup, którego krawędzie boczne są prostopadłe do podstaw, w przeciwnym przypadku mówimy o graniastosłupie, że jest POCHYŁY.

### Graniastosłup prawidłowy

Graniastosłup prosty, którego podstawy są wielokątami foremnymi.

### Sześcian

Prostopadłościan, którego wszystkie ściany są kwadratami.

### Równoległościan

Graniastosłup, którego podstawy są równoległobokami.

### Prostopadłościan

Równoległościan, którego wszystkie ściany są prostokątami.

### Ostrosłup

Wielościan, którego jedna ściana, zwana podstawą ostrosłupa, jest wielokątem, a pozostałe ściany, zwane ścianami bocznymi, są trójkątami o wspólnym wierzchołku, zwanym wierzchołkiem ostrosłupa.

### Ostrosłup prawidłowy

Ostrosłup prosty, którego podstawą jest wielokąt foremny.

### Ostrosłup prosty

Ostrosłup, na którego podstawie można opisać okrąg, a spodek wysokości ostrosłupa pokrywa się ze środkiem okręgu opisanego na podstawie.

### Spodek wysokości ostrosłupa

Punkt wspólny wysokości ostrosłupa i jego podstawy.

### Czworościan
Ostrosłup trójkątny

### Czworościan foremny
Czworościan zbudowany z czterech trójkątów równobocznych. Czworościan foremny jest ostrosłupem prawidłowym trójkątnym.

### Przekrój poprzeczny graniastosłupa (ostrosłupa)
Część wspólna graniastosłupa (ostrosłupa) z płaszczyzną przecinającą wszystkie jego krawędzie boczne.

### Przekrój przekątny graniastosłupa (ostrosłupa)
Część wspólna graniastosłupa (ostrosłupa) z płaszczyzną przechodzącą przez jego dwie krawędzie nienależące do jednej ściany.

### Objętość
Symbol: *V*. Miara ilości przestrzeni zajętej przez bryłę lub ograniczonej przez zamkniętą powierzchnię. Jednostką objętości w układzie SI jest metr sześcienny ($m^3$).

### Kąt nachylenia
Jest to kąt między prostą przecinającą płaszczyznę (nieprostopadłą do niej) a daną płaszczyzną, czyli kąt między tą prostą a jej rzutem prostokątnym na płaszczyznę. Kąt ten nazywamy kątem nachylenia prostej do płaszczyzny.

### Kąt dwuścienny
Każda z dwóch części przestrzeni wyznaczonych przez dwie płaszczyzny o wspólnej krawędzi wraz z tymi krawędziami

### Miara kąta dwuściennego
Miara kąta płaskiego, inaczej liniowego, który jest wspólną częścią kąta dwuściennego i płaszczyzny prostopadłej do jego krawędzi

### Bryła obrotowa
Bryła generowana przez obracającą się figurę płaską, względem prostej nazywanej osią obrotu.

### Walec
Bryła obrotowa uzyskana przez obrót prostokąta wokół prostej zawierającej jego bok.



### Stożek
Bryła obrotowa uzyskana przez obrót trójkąta prostokątnego wokół prostej zawierającej jedną z prostokątnych tego trójkąta.

### Kula
Bryła obrotowa uzyskana z obrotu koła wokół prostej zawierającej średnicę koła.

### Sfera
Bryła obrotowa uzyskana z obrotu okręgu wokół prostej zawierającej średnicę okręgu.

### Kula opisana na wielościanie
Jest kulą, w której zawarty jest wielościan i wszystkie jego wierzchołki należą do powierzchni kuli. Mówimy, że wielościan jest wpisany w kulę.

### Kula wpisana w wielościan
Wszystkie jego ściany są styczne (czyli mają jeden punkt wspólny) do kuli.

## 8. Elementy statystyki

### Cecha statystyczna
Własność statystycznej próbki, która sprawia, że nie jest ona reprezentatywna dla całej populacji.

### Diagram
Prezentacja graficzna danych statystycznych, a więc podanie wartości pewnej zmiennej, zwanej cechą statystyczną, zarejestrowanych w trakcie badania statystycznego.

### Diagram kołowy (wykres kołowy)
Wykres, na którym stosunek ilościowy przedstawiono za pomocą wycinków koła.

### Diagram słupkowy
Wykres, na którym stosunek ilościowy przedstawiono za pomocą słupków pionowych lub poziomych.

## 9. Elementy przedsiębiorczości

### Brutto
Wartość pieniężna łącznie z podatkiem VAT (do zapłaty).

### Cena produktu

To wartość pieniężna tego produktu, która jest zależna od kosztów poniesionych na jego uzyskanie.

### Cena równowagi

Cena towaru lub usługi, przy której następuje zrównanie podaży i popytu na ten towar lub usługę.

### Dochód

Wszelkie wpływy pieniężne i w naturze jakie osoba fizyczna, jak i prawna otrzymuje w pewnym okresie

### Funkcja kosztów

Funkcja y=K(x), która liczbie sztuk czy kilogramów wyprodukowanego towaru, a więc wielkości produkcji x, przyporządkowuje koszt (całkowity) K(x)[w zł] poniesiony na tę produkcję.

### Funkcja podaży

Jest przyporządkowaniem *y=S(c)* według którego zmiennej cenie *c* odpowiada podaż danego produktu *S(c)*

### Funkcja popytu

Jest funkcją *y=P(c)* przyporządkowującą zmiennej cenie *c* pewnego towaru liczbę sprzedanych jednostek tego towaru, a więc wielkość popytu *P(c)*

### Funkcja utargu

Przyporządkowanie *x* jednostkom określonego towaru utargu *U(x)* z ich sprzedaży y=*U(x)*.

### Marża procentowa „od sta”

Zwana narzutem jest stosunkiem marży kwotowej do ceny zakupu netto wyrażony w procentach. Odpowiada na pytanie „O ile % cena *A* sprzedaży netto jest większa od ceny *B* zakupu netto?”. Inaczej „O ile % cena sprzedaży *A* jest większa w stosunku do ceny zakupu *B*?” Czyli $\frac{A-B}{B}\cdot 100\%$

### Marża procentowa „w stu”

Stosunek marży kwotowej do ceny sprzedaży netto wyrażony w procentach. Odpowiada na pytanie „O ile % „ cena *B* zakupu netto jest mniejsza od ceny *A* sprzedaży netto?”. Inaczej „O ile % koszt zakupu *B* jest mniejszy w stosunku do ceny sprzedaży *A*” Czyli $\frac{A-B}{A}\cdot 100\%$



### Marża

Może być kwotowa lub wyrażona w procentach. Są dwa rodzaje marży procentowej zwane: marża „w stu” i marża „od sta”.

### Marża kwotowa

Wyrażana w jednostkach płatniczych, jako różnica między ceną sprzedaży produktu a kosztem jego zakupu (zysk ze sprzedaży).

### Netto

Wartość bez podatku VAT (cena brutto - VAT = cena netto).

### Narzut

Część kwoty wydanej na zakup towaru i dodanej do ceny zakupu, aby zapewnić zysk ze sprzedaży. Narzut wyrażany jest w procentach, jest on marżą procentową „od sta”.

### Podaż

Ilość towarów i usług oferowanych do sprzedaży po danej cenie i w określonym czasie.

### Popyt

Zapotrzebowanie na konkretne towary lub usługi, a więc ilość towarów lub usług, jaką kupią nabywcy po danej cenie w określonym czasie.

### Utarg

Ogólna suma pieniędzy uzyskana ze sprzedaży towarów w danym okresie np. Utarg dzienny sklepu.

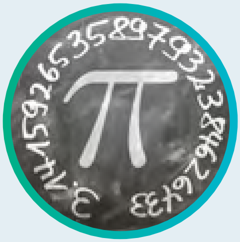
### VAT

Ang. – *Value Added Tax* – podatek od wartości dodanej, podatek pośredni obrotowy.

### Zysk

Nadwyżka dochodu ze sprzedaży wyprodukowanych przez producenta *x* jednostek towaru, nad kosztem poniesionym na ich wyprodukowanie.

Autorka słownika matematycznego:
Agata Kubiak, nauczycielka matematyki w Liceum Ogólnokształcącym Niepublicznym Kolegium św. Stanisława Kostki w Warszawie.
Więcej lekcji znajdziesz pod adresem: **www.e-akademia.net**



ISBN 978-83-63139-56-8