KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt „Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących”
współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

Skrypt 31

Powtórzenie do matury
Liczby rzeczywiste

1. Przedstawianie liczb rzeczywistych w różnych postaciach.
2. Porównywanie liczb rzeczywistych i przedziały liczbowe.
3. Liczby rzeczywiste – zadania na dowodzenie (1)
4. Liczby rzeczywiste – zadania na dowodzenie (2)

Opracowanie L2

UNIWERSYTET SWPS

Uniwersytet SWPS
ul. Chodakowska 19/31, 03-815 Warszawa
tel. 22 517 96 00, faks 22 517 96 25
www.swps.pl

Temat: Przedstawianie liczb rzeczywistych w różnych postaciach.

Zadanie 1. Oblicz liczbę x, a następnie podaj liczbę przeciwną i odwrotną do liczby x.

$$x = \frac{-1{,}2 - \left(\frac{3}{4} \cdot 1{,}5\right) : \sqrt{\frac{1}{16}}}{\left(\frac{4}{12} - \frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{5}\right)} =$$

Zadanie 2. Jaką cyfrę należy wstawić za x aby liczba a = 548x była podzielna przez 6?

Zadanie 3. Jaką cyfrę należy wstawić za x aby liczba a = 2x31x była podzielna przez 4 i przez 9

Zadanie 4. Zapisz postać liczby całkowitej, która przy dzieleniu przez 5 daje resztę 4.

Zadanie 5. Wyznacz wszystkie całkowite wartości k, dla których liczba postaci $\frac{9}{k}$ jest liczbą całkowitą.

Zadanie 6. Podane liczby przedstaw w postaci nieskracalnego ułamka zwykłego.

a. $0,(15) =$

b. $0{,}2(3) =$

c. $1\frac{3}{7} =$ .....

d. $-2{,}15 =$ .....

e. $13\%\ z\ 40 =$ .....

f. $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}} =$ .....

g. $\left(2\frac{7}{9}\right)^{\frac{1}{2}} =$ .....

Zadanie 7. Wyznacz liczbę, której 28% wynosi 7.

Zadanie 8. Wyrażenie $\frac{4^{-1}-3\cdot(\frac{2}{3})^{-2}}{5-(\frac{1}{2})^{-1}}$ przedstaw w postaci nieskracalnego ułamka zwykłego.

Zadanie 9. Podaną liczbę przedstaw w najprostszej postaci:

a. $\frac{\sqrt{50}-\sqrt{18}}{\sqrt{2}} =$ .....

b. $\frac{log_5 2+log_5 3}{log_5 12-log_5 2} =$ .....

Zadanie 10. W podanych wyrażeniach usuń niewymierność z mianownika.

a. $\frac{5}{2\sqrt{3}} =$ .....

b. $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} =$ .....

c. $\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+1} =$ .....

Zadanie 11. Dane wyrażenia zapisz w postaci $a + b\sqrt{c}$ gdzie $a, b \in W$ i $c \in N^+$ i $c \geq 2$.

a. $\left(4-3\sqrt{2}\right)^2 =$ .....

b. $\left(3-\sqrt{5}\right)\left(1+\sqrt{5}\right) =$ .....

c. $\left(2-\sqrt{3}\right)^{-1} =$ .....

d. $\left(8+3\sqrt{7}\right)-\left(5-2\sqrt{7}\right) =$ .....

Zadanie 12. Podane liczby przedstaw w postaci: $a \cdot 10^k, gdzie\ a \in < 1, 10)\ i\ k \in C$.

a. $482000 =$ .....

b. $0{,}0019 =$ .....

c. $(5{,}9 \cdot 10^7) \cdot (4{,}3 \cdot 10^{-3}) =$ .....

.....

Zadanie 13. Wyrażenia przedstaw w postaci potęgi a^x gdzie $a > 0,\ x \in W$.

a. $3^5 + 3^5 + 3^5 =$ .....

b. $5^{25} \cdot 25^{10} =$ .....

c. $4^{12} + 3 \cdot 16^6 =$ .....

d. $3^{\frac{5}{3}} \cdot \sqrt[3]{9^2} =$ .....

e. $\frac{a^{-\frac{1}{2}} \cdot a^5}{(a^3)^2} \cdot \sqrt[3]{a} =$ .....

Zadanie 14. Podane liczby przedstaw w postaci logarytmu o podstawie 5

a. 1 = ...

b. -2 = ...

c. $\frac{1}{2} =$ .....

d. 0 = ...

e. 3 = ...

Zadanie 15. Uzupełnij zapisy tak aby otrzymać równość prawdziwą:

a. $3 = log_2 \ldots$

b. $log_{\frac{1}{2}}\sqrt{2} =$.....

c. $log_{\ldots}\frac{1}{27} = -3$

d. $5 = (\ldots)^{log_2 \ldots}$

e. $log_2 6 - log_2 3 = log_2 \ldots =$.....

f. $log 25 + log 4 = log \ldots =$.....

Zadanie 16. Liczbę 3,25 zaokrąglij do części dziesiętnych. Oblicz błąd bezwzględny i błąd względny tego przybliżenia.

Temat: Porównywanie liczb rzeczywistych i przedziały liczbowe.

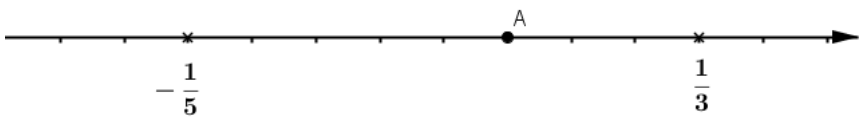
Zadanie 1. Podaj najmniejszy przedział otwarty (a, b), gdzie $a \in C$ i $b \in C$ do którego należy liczba:

a. $-3+\sqrt{3}$

b. $\frac{1}{2-\sqrt{2}}$

Zadanie 2. Podaj wszystkie liczby całkowite należące do przedziału (-6, 2>

Zadanie 3. Na osi liczbowej zaznaczono punkt A. Podaj współrzędną punktu A.



Zadanie 4. Pomiędzy dane dwie liczby wstaw znak: < lub > lub =. Odpowiedź uzasadnij.

a. $0,(45) \ldots 0{,}453$

b. $\frac{2}{11} \ldots 0,(18)$

c. $\frac{5}{6} \ldots \frac{8}{9}$

d. $2\sqrt{3} \ldots 3\sqrt{2}$

e. $2{,}5 \ldots \sqrt{6}$

f. $\sqrt{1{,}4} \ldots 1{,}2$

g. $5\sqrt{3} \ldots \sqrt{75}$

h. $1,(2) \ldots 1,(20)$

i. $3,(9) \ldots 4$

j. $-4{,}3 \ldots -\frac{21}{5}$

k. $\log_5 1 \ldots \log_3 3$

l. $2^{50} \ldots 5^{20}$

m. $\log_6 3 - \log_6 18 \ldots \log_{\frac{1}{2}} 4$

n. $\left(2-\sqrt{3}\right)^{-1} \ldots . \left(2+\sqrt{3}\right)$

o. 15% z $45 \ldots 40\%$ z 15

p. $3 \ldots \ log_2 6$

Zadanie 5. Podane liczby uporządkuj malejąco: $5^0; 2^{\log_2 3}; \left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}; \log_{\frac{1}{2}} 4;\ \sqrt{2};\ \log_3 \sqrt{3}$

Zadanie 6. Podaj przykład liczb całkowitych dodatnich a i b spełniających nierówność:

$$\frac{5}{7} < \frac{a}{b} < \frac{6}{7}$$

Zadanie 7. Z podanego zbioru $\{\frac{1}{\sqrt{2}}; (\sqrt{3})^2;\ log_5 \frac{1}{5}; 5^0;\ 4^{-1}; 1,(6);\ 2;\ \frac{9}{5}\}$ wybierz liczby należące do przedziału $< -1,\ 2\sqrt{2} - 1)$. Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 8. Wiadomo, że liczba a należy do przedziału $(3,\ \pi)$. Określ przedział minimalnej długości, do którego należy liczba $2a - 1$.

Zadanie 9. Zaznacz na osi liczbowej wszystkie liczby spełniające podany warunek. Wyznaczony zbiór liczb zapisz w postaci przedziału. Podaj najmniejszą liczbę całkowitą należącą do tego przedziału.

a. $x > -1\frac{2}{3}$

b. $-3 < x \leq 2$

c. $x \geq 1 \ i \ x \leq 4{,}5$

Zadanie 10. Zapisz w postaci przedziału zbiór liczb rzeczywistych:

a. nie mniejszych od 4 .....

b. większych od -2 .....

c. większych od 3, ale nie większych od 5.....

Zadanie 11. Do którego z podanych przedziałów należy liczba $\sqrt{3} - 2$

A. (-1; - 0,3> B. (- 0,3;- 0,2) C. (0; 0,4) D.<- 0,2; 0)

Zadanie 12. Wypisz liczby naturalne podzielne przez 3 należące do przedziału $(\sqrt{3}, \sqrt{90})$

Temat: Liczby rzeczywiste - zadania na dowodzenie (1), (2)

Otwórz aplet *matura01*

Przeanalizuj rozwiązanie „Zadanie 1” a następnie rozwiąż:

Zadanie 1. Wykaż, że liczba $5^{90} - 3 \cdot 5^{88} + 10 \cdot 5^{89}$ jest podzielna przez 18.

Przeanalizuj rozwiązanie „Zadanie 2” a następnie rozwiąż:

Zadanie 2. Wykaż, że suma kwadratów dwóch kolejnych liczb całkowitych jest liczbą nieparzystą.

Przeanalizuj rozwiązanie „Zadanie 3” a następnie rozwiąż:

Zadanie 3. Pewna liczba naturalna większa od 20 przy dzieleniu przez 5 daje resztę 1, a przy dzieleniu przez 4 daje resztę 3. Wykaż, że reszta z dzielenia tej liczby przez 20 wynosi 11.

Przeanalizuj rozwiązanie „Zadanie 4” a następnie rozwiąż :

Zadanie 4. Wykaż, że liczba $(\sqrt{3-2\sqrt{2}}-\sqrt{3+2\sqrt{2}})^2$ jest liczbą naturalną.

Przeanalizuj rozwiązanie „Zadanie 5” a następnie rozwiąż:

Zadanie 5. Wykaż, że: $\sqrt{17-12\sqrt{2}}=3-2\sqrt{2}$

Przeanalizuj rozwiązanie „Zadanie 6” a następnie rozwiąż:

Zadanie 6. Wykaż, że $9^{12} > 12^{9}$

Zadanie 7. Wykaż, że każda liczba postaci $10^{n} + 8$, gdzie $n \in N^{+}$, jest podzielna przez 9.

Zadanie 8. Uzasadnij, że dla każdej dodatniej liczby całkowitej n liczba $9^{2n} - 1$ jest wielokrotnością liczby 10.

Zadanie 9. Wykaż, że liczba $\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} - 2\sqrt{3}$ jest liczbą wymierną.