

Marzenna Dąbrowska

---

Rozwijanie  
kompetencji matematycznych  
– solo czy w zespole?



Tekst: **Marzenna Dąbrowska**

Dyplomowany nauczyciel matematyki, egzaminator gimnazjalny z zakresu przedmiotów matematyczno-przyrodniczych Okręgowej Komisji Egzaminacyjnej w Warszawie, ekspert ds. awansu zawodowego nauczycieli, trener Centrum Edukacji Obywatelskiej w programie Szkoła Ucząca Się.

Konsultacja merytoryczna:

**Anna Płusa**

Redakcja i korekta:

**Anna Wawryszuk**

Projekt okładki:

**Barbara Jechalska**

Redakcja techniczna i skład:

**Anna Wawryszuk**

Warszawa 2018

Publikacja jest rozpowszechniana na zasadach wolnej licencji

Creative Commons – Uznanie Autorstwa – Użycie Niekommercyjne (CC-BY-NC)

Ośrodek Rozwoju Edukacji

Aleje Ujazdowskie 28

00-478 Warszawa

tel. 22 345 37 00

[www.ore.edu.pl](http://www.ore.edu.pl)

## Spis treści

Wstęp .....	4
Potrzebne są zmiany .....	4
Jak zadać pytanie? Jak oceniać? .....	5
Kampania na rzecz matematyki .....	6
Myślenie matematyczne od podstaw .....	8
Podsumowanie .....	8

## Wstęp

W Zaleceniu Parlamentu Europejskiego i Rady Unii Europejskiej z dnia 18 grudnia 2006 r. w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie<sup>1</sup> kompetencje matematyczne zostały zdefiniowane jako obejmujące umiejętność rozwijania i wykorzystywania myślenia matematycznego w celu rozwiązywania problemów wynikających z codziennych sytuacji. Tymczasem, jak pokazują badania, kształcenie matematyczne w klasach I–III szkoły podstawowej (moim zdaniem, nie tylko na tym etapie) nakierowane jest na wykonywanie obliczeń rachunkowych i utrwalanie schematów. W zadaniach tekstowych nacisk położony jest bardziej na dobór odpowiedniego działania, a nie na zrozumienie sytuacji. Zdecydowanie za rzadko nauczyciel stwarza okazje uczniom, by dyskutowali, wyjaśniali, argumentowali, szukali różnych sposobów oraz strategii rozwiązywania zadań. To nie sprzyja rozwijaniu kompetencji matematycznych. Sposobem na ich efektywne kształtowanie, zamiast przetrzucania odpowiedzialności na siebie przez nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej i matematyki, jest podjęcie współpracy pedagogów z różnych etapów.

Rozwiązaniem systemowym jest możliwość objęcia placówki wspomaganiami, albowiem trwała zmiana kultury pracy szkoły jako efektu uczenia się możliwa jest tylko dzięki ścisłej współpracy wszystkich podmiotów zaangażowanych w diagnozowanie potrzeb, planowanie, wdrażanie działań, monitorowanie ich oraz analizowanie efektów. Jako nauczyciel matematyki i trener oświaty zajmujący się również wspomaganiami innych szkół zauważyłam potrzebę wsparcia nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej w rozwijaniu kompetencji matematycznych u uczniów. Nauczyciele ci stosują ocenianie kształtujące, realizują wiele innych programów, a jednak, aby mogli osiągać lepsze wyniki, widzą potrzebę zmian.

## Potrzebne są zmiany

W rozmowach z nauczycielami pierwszego etapu kształcenia zauważyłam, że mimo stosowania przez nich aktywizujących metod, wdrażania nowych technik, nadal nadmiernie skupiają uwagę na podstawowych umiejętnościach. Nauczyciele deklarowali, że akceptują inne rozwiązania danego zadania niż sami przedstawili uczniom. Z obserwowanych lekcji wynikało jednak, że rzadko je z uczniami omawiali. Może to wytwarzać w uczniach przekonanie, że zadanie matematyczne można rozwiązać tylko jednym sposobem, że jest jedna słuszna droga rozumowania.

Z obserwacji lekcji i moich doświadczeń wynikało także, że należy poszerzyć zestaw metod nauczania w odniesieniu do najnowszych badań dotyczących nauczania matematyki oraz poprawić efektywność pracy zespołowej.

Z rozmów z nauczycielami wywnioskowałam, że zależy im na kształtowaniu umiejętności wynikających z podstawy programowej, takich jak:

---

<sup>1</sup> Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady Unii Europejskiej z dnia 18 grudnia 2006 r. w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie (2006/962/WE).

- sprawne wykorzystywanie narzędzi matematyki w życiu codziennym, a także kształcenie myślenia matematycznego;
- poszukiwanie, porządkowanie, krytyczna analiza oraz wykorzystanie informacji z różnych źródeł;
- praca w zespole i społeczna aktywność.

Jednocześnie moje obserwacje potwierdzały fakt, iż nauczyciele najczęściej zapraszają się na tzw. lekcje pokazowe. W takich sytuacjach korzyści z poznania nowych narzędzi doświadcza obserwator, natomiast sam obserwowany oprócz satysfakcji i potwierdzenia uznania jego warsztatu pracy nie zyskuje większego wsparcia w doskonaleniu procesu nauczania.

Dla tak zdiagnozowanej sytuacji widziałam dwa rozwiązania:

- wzmocnienie zespołowego uczenia się nauczycieli, którzy wspólnie poddaliby ocenie kształtowanie kompetencji kluczowych, w tym podnoszenie poziomu świadomości uczenia się uczniów w zakresie matematyki oraz pracy zespołowej;
- wzbogacenie warsztatu nauczycieli o narzędzia i techniki rozwijające myślenie matematyczne przy wykorzystaniu m.in. badań IBE.

Mając na uwadze pierwsze z tych rozwiązań jako szkoła zostaliśmy objęci procesem wspomaganego przez Centrum Edukacji Obywatelskiej, którego jednym z celów było rozwijanie kultury współpracy zespołów nauczycielskich skoncentrowanych na skutecznym uczeniu się uczniów. Zasadne było bowiem, aby doskonaląc organizację procesu nauczania i uczenia się, nauczyciele poszukiwali dowodów na jego efektywność i systematycznie monitorowali zmiany.

## Jak zadać pytanie? Jak oceniać?

Jednym z zaproponowanych sposobów monitorowania zmian w procesie wspomaganego szkoły, wzmacnianym przeze mnie jako koordynatora, była ocena koleżeńska – obserwacja, w ramach której udzielałam konstruktywnej informacji zwrotnej dotyczącej elementów lekcji. Samodzielny wybór obszaru obserwacji miał pomóc nauczycielowi w jego pracy, czyli musiał on wcześniej zastanowić się nad tym, co sprawia mu trudność, co chciałby, aby wyglądało lepiej, nad czym chciałby pracować.

Jak się okazało pracowaliśmy przede wszystkim nad jakością zadawanych uczniom pytań, zaangażowaniem ich we wspólne rozwiązywanie problemów matematycznych. To umożliwiała nauczycielom pozyskanie dodatkowych informacji, jak przebiega proces ich nauczania i uczenia się uczniów. Aby pogłębić myślenie o organizowaniu takiej pracy, zapraszałam również nauczycieli na zajęcia prowadzone przeze mnie. Mogli wówczas dostrzec takie elementy lekcji, które efektywnie służyły rozwijaniu określonych kompetencji kluczowych.

W ramach wspomaganego nauczyciele poznawali strategie oceniania kształtującego. Trzy pierwsze, dotyczące określania celów i kryteriów, monitorowania, na jakim etapie nauki są uczniowie, oraz udzielania informacji zwrotnej, nie stanowiły większego wyzwania. Szczegół-

ną uwagę zwróciłam na czwartą strategię, która skupia się na umożliwianiu uczniom korzystania wzajemnie ze swojej wiedzy i umiejętności. Diagnozowałam wspólnie z nauczycielami proces uczenia się uczniów, a następnie modyfikowaliśmy go tak, aby uczniowie pracowali w parach lub zespołach. Dzięki pracy grupowej mogli oni nie tylko uczyć się od siebie nawzajem, ale przede wszystkim uczyć się współpracy. Wspierałam nauczycieli w opracowywaniu scenariuszy lekcji, których realizacja umożliwiała taką pracę uczniów i przynosiła wymierne efekty dydaktyczne każdemu z nich. To pozwoliło nam na wspólne myślenie o rozwiązaniach metodycznych i organizacyjnych. Efektem tych działań było m.in. wypracowanie wspólnych dla wszystkich klas zasad współpracy w grupie.

Dzięki udziałowi w programie nauczyciele, jak sami stwierdzili w ewaluacji:

- zwiększyli koncentrację na uczeniu się uczniów i służącej mu poprawie metod nauczania (ocena koleżeńska – obserwacje, spotkania służące wdrażaniu i podsumowaniu pracy ze strategiami, wspólne planowanie lekcji),
- stosują częściej metody angażujące w naukę i rozwijające kompetencje kluczowe poprzez m.in. samoocenę, ocenę koleżeńską, zadania na dobry początek, zadania edukacyjne, refleksję, różne techniki.

Z pewnością wspomaganie umożliwiło przełamanie lęku przed otwarciem drzwi i wymianą doświadczeń między nauczycielami.

Zauważyliśmy też, że uczniowie uczą się od siebie, chętnie pracując w parach (grupach), często losowo dobranych. Mówią otwarcie o tym, jakie popełniają błędy. To dodatkowy atut, który pozwala na rozwijanie logicznego myślenia (w tym aspekcie zauważono duży postęp). Taka sytuacja z pewnością by nie zaistniała, gdyby nie atmosfera pracy w klasach.

Realizacja powyższego programu wymagała ode mnie jako osoby wspomagającej uwrażliwienia na potrzeby nauczycieli. W założenia procesu wspomagania wpisana była pomoc zwłaszcza podczas realizacji czwartej strategii, czyli pracy zespołowej, oraz wdrażania praktyki obserwacji. Okazało się jednak, że satysfakcjonujące rozmowy poobserwacyjne oparte na faktach i zadawanie pytań motywujących do refleksji przyczyniło się do zastosowania tego stylu rozmowy w klasie. Podejmując współpracę z nauczycielami nad tym dodatkowym wyzwaniem, zauważyłam większą otwartość uczniów na dialog.

## Kampania na rzecz matematyki

Mając efekty w zakresie współpracy nauczycieli (nie tylko uczniów) osiągnięte w ramach wspomagania szkoły przez placówkę doskonalenia, zaproponowałam przystąpienie do projektu „Kampania na rzecz matematyki” realizowanego przez Mazowieckie Samorządowe Centrum Doskonalenia Nauczycieli. Projekt ten był odpowiedzią na wnioski wynikające z do-

tychczasowych projektów badawczych Instytutu Badań Edukacyjnych<sup>2</sup> oraz spełniał założenia mojego wspomagania szkoły w jej pracy.

Celem działań podejmowanych w kampanii było doskonalenie praktycznych umiejętności nauczycieli I i II etapu edukacyjnego, aby zmieniać ich podejście do nauczania matematyki na takie, w którym kładzie się nacisk na samodzielne matematyczne poszukiwania i matematyczne myślenie uczniów, na miarę ich możliwości. W ramach projektu zaproponowano różnorodne formy doskonalenia zawodowego: konferencje, warsztaty, sieć współpracy, zajęcia otwarte, seminaria, konsultacje. Dzięki nim możliwe było poznanie skutecznych metod i form pracy z uczniami w zakresie nauczania matematyki na miarę wyzwań współczesnej edukacji oraz dzielenie się wiedzą i doświadczeniem zawodowym. Nauczyciele mogli też zaprezentować swoje umiejętności z zakresu form współpracy.

W trakcie realizacji projektu odbywały się spotkania z wykładowcami z wyższych uczelni, ekspertami, którzy przybliżali badania i proponowali różnorodne metody pracy rozwijające kreatywne myślenie. Wskazywali też różne drogi do rozwiązywania zadań i podkreślali, że warto uruchamiać takie myślenie uczniów. Nauczyciele poznali m.in. narzędzia TOC, czyli proste, graficzne sposoby pozwalające zrozumieć materiał, wyciągać i formułować wnioski. Okazało się, że rozwiązywanie zadań tekstowych za pomocą np. łamaczy nie tylko ułatwia ten proces, ale wspomaga go również już na samym początku – w wypisywaniu danych, szukanych oraz określaniu zależności.

W efekcie było to wspólne rozwiązywanie zadań matematycznych przez nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej oraz matematyki, poznawanie nowych pomocy dydaktycznych i narzędzi oraz dzielenie się refleksjami po ich zastosowaniu w klasach. Niezwykle cenna okazała się wymiana doświadczeń z nauczycielami z innych szkół w zakresie tworzonych materiałów, przykładowych zadań, scenariuszy lekcji.

Obserwacje lekcji, opracowywanie scenariuszy, dzielenie się doświadczeniami z efektów w rozwijaniu kompetencji matematycznych u uczniów przybliżało do osiągnięcia zaplanowanego celu.

Podsumowaniem projektu były zajęcia dla uczniów klas III i VI wspólnie przeprowadzone przez nauczyciela edukacji wczesnoszkolnej i nauczyciela matematyki z zastosowaniem poznanych narzędzi i metod.

Realizacja „Kampanii na rzecz matematyki” przyczyniła się, jak sami nauczyciele stwierdzili, do weryfikacji ich myślenia o nauczaniu matematyki. Zmotywowała ich także do konstruowania takich zadań, dzięki którym uczniowie samodzielnie, w sposób twórczy będą odkrywać matematykę. Zauważyłam, że nauczyciele zaczęli oddawać pole do działania swoim uczniom, uwierzyli w ich możliwości i kompetencje. Ten aspekt wspomagania szkoły wymaga jednak kontynuacji, gdyż jest to proces, który dopiero się rozpoczął.

---

<sup>2</sup> Instytut Badań Edukacyjnych, [Wnioski z badań i dyskusji dotyczące nauczania matematyki](#) [online, dostęp dn. 07.01.2018].

## Myślenie matematyczne od podstaw

Propozycją ze strony nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej było zorganizowanie przez nauczyciela matematyki dodatkowych zajęć z matematyki dla grupy uczniów z klas II szkoły podstawowej. Cel, jaki przyświecał tej inicjatywie, odnosił się do pomocy uczniom w wypracowaniu metod sprzyjających rozwijaniu myślenia matematycznego na tym etapie edukacyjnym.

Uczniowie skupiali się na rozwiązywaniu problemów i poszukiwaniu różnych sposobów dochodzenia do nich. Pracowali w parach i grupach, podejmując różnorodne działania matematyczne, m.in.

- klocki dziesiętne w zrozumieniu systemu dziesiętkowego pozycyjnego,
- układanie, przekształcanie i rozwiązywanie zadań tekstowych za pomocą piktogramów, narzędzi TOC,
- kształtowanie wyobraźni przestrzennej (multiklocki),
- krzyżówki i kwadraty magiczne (rozwiązywanie, samodzielne konstruowanie), zagadki matematyczne (poszukiwanie rozwiązań), gry planszowe, gry komputerowe, szyfry i łamigłówki (kodowanie, dekodowanie), elementy programowania.

Zajęcia, które prowadziłam, często odwoływały się do przykładów rozwiązań metodycznych podawanych w badaniach, m.in. wykorzystanie piktogramów, rysunków w rozwiązywaniu zadań tekstowych, logicznych łamigłówek.

Podsumowaniem cyklu spotkań (jedna godzina tygodniowo przez okres jednego roku szkolnego) było zaprezentowanie w obecności rodziców, dyrekcji i nauczycieli miniprojektów zrealizowanych przez uczniów. Podkreślono przy tym rolę kształtowania umiejętności matematycznych z wykorzystaniem gier, programów, ćwiczeń na wyobraźnię przestrzenną zgodnie z najnowszymi trendami edukacyjnymi.

Najtrudniejsze na początku realizacji tego przedsięwzięcia nie tylko ze względu na nauczycieli, ale i rodziców okazało się przekonanie ich, że rozwijanie zainteresowań matematycznych to niekoniecznie poszerzanie zakresu wiedzy, a pogłębianie i rozwijanie myślenia.

Zajęcia te stały się przyczyną do rozmów z nauczycielami o zmianach w nauczaniu matematyki, również w kontekście podstawy programowej. Jednak określenie, na ile zmieniły one myślenie, nie jest możliwe.

## Podsumowanie

Biorąc pod uwagę, że „efektywny system wspomagania pracy szkoły zakłada odchodzenie od incydentalnych, jednorazowych, krótkich form szkoleniowych na rzecz planowego procesu »szytego na miarę« konkretnej szkoły oraz realną pomoc w przełożeniu nowych umiejętności



na szkolną praktykę”<sup>3</sup>, cele, ale i realizacja planu wspomagania nazwanego „Rozwijanie kompetencji matematycznych – solo czy w zespole?” wpisują się w powyższe założenia. Poza tym stanowi dla mnie dowód, że wspierając innych, sami się uczymy.

Jako osoba koordynująca w szkole działania w ramach wspomagania na podstawie ewaluacji jestem przekonana, że nauczyciele wdrożyli nowe metody pracy, mają wiedzę, jak kształtować kompetencje matematyczne i umiejętność uczenia się. Wsparciem dla mnie w przeformułowaniu ich myślenia były głosy ekspertów zewnętrznych, którzy, bazując na badaniach naukowych, pokazywali innowacyjne nauczanie matematyki. Jednak trzeba pamiętać o tym, że jak twierdził Ryum Jim: „Motywacja jest tym, co pozwala ci zacząć. Nawyk jest tym, co pozwala ci wytrwać”.

---

<sup>3</sup> Ośrodek Rozwoju Edukacji, [Nowy system kompleksowego wspomagania pracy szkół](#) [online, dostęp dn. 07.01.2018].