

Marzenna Dąbrowska

Porozmawiajmy o matematyce – ciąg arytmetyczny



Tekst: **Marzenna Dąbrowska**

Dyplomowany nauczyciel matematyki, egzaminator gimnazjalny z zakresu przedmiotów matematyczno-przyrodniczych Okręgowej Komisji Egzaminacyjnej w Warszawie, ekspert ds. awansu zawodowego nauczycieli, trener Centrum Edukacji Obywatelskiej w programie Szkoła Ucząca Się.

Konsultacja merytoryczna:

Anna Płusa

Redakcja i korekta:

Anna Wawryszuk

Projekt okładki:

Barbara Jechalska

Redakcja techniczna i skład:

Anna Wawryszuk

Warszawa 2018

Publikacja jest rozpowszechniana na zasadach wolnej licencji

Creative Commons – Uznanie Autorstwa – Użycie Niekommercyjne (CC-BY-NC)

Ośrodek Rozwoju Edukacji

Aleje Ujazdowskie 28

00-478 Warszawa

tel. 22 345 37 00

www.ore.edu.pl

Spis treści

Wstęp	4
O matematyce w sieci współpracy	4
Narzędzia do myślenia.....	5
Scenariusz.....	6
Rekomendacje	9

Wstęp

Praca w sieci nauczycieli pierwszego i drugiego etapu edukacyjnego umożliwiła nam wymianę informacji i doświadczeń w zakresie nauczania matematyki, skutecznych metod i form pracy z uczniami, ciekawych rozwiązań metodycznych niezależnie od poziomu nauczania. Organizacja takiej przestrzeni dla nauczycieli, jaką jest sieć, była okazją do porozmawiania o matematyce, a tym samym wpisała się we współczesne rozważania na temat znaczenia refleksyjności w pracy pedagogów, jak również umiejętności jej wykorzystania w praktyce szkolnej. Wyzwaniem dla pedagogów z mojej placówki była próba tworzenia nowych rozwiązań na potrzeby szkoły, czyli motywowania uczniów do podejmowania wyzwań, a jednocześnie doceniania ich wysiłku. Postanowiłyśmy podzielić się naszymi osiągnięciami w tym zakresie i innowacyjnym rozwiązaniem, jakim było prowadzenie dodatkowych zajęć dla uczniów klas drugich szkoły podstawowej przez nauczyciela matematyki. Praca w sieci umożliwiła nam pozyskanie informacji zwrotnej od ekspertów zewnętrznych oraz koleżanek i kolegów z innych placówek na temat podejmowanych przez nas inicjatyw.

O matematyce w sieci współpracy

„Porozmawiajmy o matematyce – ciąg arytmetyczny” to przykład zajęć realizowanych w ramach współpracy nauczycieli uczestniczących w sieci, której celem było kształtowanie kompetencji matematycznych u uczniów.

Uczestnikami przedsięwzięcia byli uczniowie klasy III i VI szkoły podstawowej, którzy pracowali w grupach wiekowych i mieszanych. Było to innowacyjne rozwiązanie ze względu na dobór takiej grupy odbiorców. Skoro jednak nauczyciele doświadczyli pozytywnych efektów współpracy, to postanowiliśmy również pokazać uczniom, że mogą rozwiązywać wspólnie problemy matematyczne, niezależnie od wieku.

Cel zajęć brzmiał: Dowiem się, co to jest ciąg arytmetyczny; a kryteria sukcesu były następujące:

- 1) Wyjaśniam, jak powstaje ciąg arytmetyczny.
- 2) Podaję przykład ciągu arytmetycznego.
- 3) Obliczam czwarty wyraz ciągu (liczbę w czwartym wagoniku).
- 4) Obliczam trzy pierwsze wyrazy ciągu, mając daną sumę i różnicę.

Zatem były to zagadnienia wykraczające poza podstawę programową trzecioklasisty oraz szóstoklasisty, ale rozwijające myślenie matematyczne uczniów i w prosty sposób przybliżające im trudne zagadnienie. Jednocześnie uczniowie mogli odnieść się do wiedzy, którą posiadają. Innowacyjne było to, że dzieci z różnych etapów edukacyjnych odkrywały zagadnienia z podstawy programowej szkoły średniej. Dobór odpowiednich sytuacji zadaniowych umożliwiających uczniom zrozumienie nowych pojęć może wpływać na budowanie zaufania do swoich możliwości umysłowych. Dzieci podejmują wówczas chętniej wysiłek umysłowy, a to z kolei wpływa na budowanie motywacji do nauki matematyki.

W materiale opiszę przykładową sytuację, podczas której uczniowie rozwiązywali wspólnie problemy, wyciągali i formułowali wnioski, odkrywali reguły matematyczne.

Narzędzia do myślenia

Uważam, że pomocne przy powyższych założeniach są **narzędzia TOC: schemat przykład–wniosek, gałąź wielu reguł i łamacz**, które umożliwiają kształcenie umiejętności myślenia przyczynowo- skutkowego, argumentowania i tworzenia strategii. Mimo że zawsze zwracałam uwagę na myślenie, to zastosowanie powyższych technik pozwoliło mi przyjrzeć się lepiej tym procesom u moich uczniów.

Zauważyłam, że w schemacie łatwiej dopisać im przykład niż sformułować wniosek. Nie jest to moim zdaniem tylko kwestia języka matematycznego. Pamiętam lekcję, podczas której uczniowie mieli napisać wniosek do dzielenia ułamków zwykłych. Na pytanie, która z grup chciałaby podzielić się swoją refleksją, zapadła cisza, natomiast po przeformułowaniu pytania na: „Od czego należy zacząć?”, uczniowie świetnie sobie poradzili. Praca z narzędziami to proces, ale widzę progres u swoich uczniów, kiedy notują z zastosowaniem gałęzi wielu reguł. Bardzo lubię prowadzić tak lekcje, aby bazować na wiedzy uczniów, motywować ich do samodzielnego wyciągania wniosków, aby doznawali olśnienia i efektu „wow”. Te narzędzia to umożliwiają. Traktuję je jako pomysł na samodzielne wyciąganie wniosków przez uczniów.

Na podstawie powyższych doświadczeniach i po uczestnictwie w programie „Kampania na rzecz matematyki” wraz z nauczycielami edukacji wczesnoszkolnej postanowiliśmy wdrożyć je na zajęciach matematyki na pierwszym etapie edukacyjnym i przyjrzeć się ich skuteczności.

Opracowałam scenariusz, który następnie skonsultowałam z nauczycielem edukacji wczesnoszkolnej. To, na czym nam zależało, to praca na materiale obrazkowym dla uczniów klasy III i liczbowym dla klasy VI, a następnie porównanie jej efektów i wspólne formułowanie wniosków. Ostatnie zadanie podsumowujące to wykorzystanie zdobytej wiedzy do zrozumienia i rozwiązywania problemów z życia codziennego.

Zajęcia były prowadzone przez dwóch nauczycieli: edukacji wczesnoszkolnej i matematyki, co wymuszało współpracę przy każdym zadaniu, każdej aktywności uczniów. Na podkreślenie zasługuje fakt, że korzyści są obustronne. Nauczyciel edukacji wczesnoszkolnej zyskuje wsparcie merytoryczne podczas omawiania zagadnień matematycznych, co podkreśliła moja współprowadząca zajęcia, ja natomiast mogłam zwrócić większą uwagę na formułowanie poleceń w sposób zrozumiały dla młodszych dzieci. Dla obojgu nauczycieli interesująca okazała się kwestia jakości zadawanych pytań w rozwijaniu logicznego myślenia i formułowania prawidłowych wniosków przez uczniów.

Scenariusz

Cel: Dowiem się, co to jest ciąg arytmetyczny.

Kryteria:

- 1) Wyjaśniam, jak powstaje ciąg arytmetyczny.
- 2) Podaję przykład ciągu arytmetycznego.
- 3) Obliczam czwarty wyraz ciągu (liczbę w czwartym wagoniku).
- 4) Obliczam trzy pierwsze wyrazy ciągu, mając daną sumę i różnicę.

Pomoce: rebus, encyklopedia, internet, wagoniki – rysunki, chmurki, system dziesiętny – klocki podstawowe, światła, patyczki.

Liczba uczestników: 8 uczniów klasy III, 8 uczniów klasy VI.

Przebieg zajęć

1. Powitanie uczniów.
2. Zapraszamy do wykonania zadania na dobry początek (2 grupy czteroosobowe uczniów z klasy III, 2 grupy czteroosobowe uczniów z klasy VI):

Polecenie dla klasy III: Rozwiąż rebus.



Polecenie dla klasy VI: Wyjaśnij pojęcie „arytmetyka” na podstawie dostępnych ci źródeł (internet, literatura).

3. Zatem jak brzmi całe hasło? (ciąg arytmetyczny). Czy spotkaliście się z tym określeniem? Prawdopodobnie większość dzieci na tym etapie odpowie, że nie. Gdyby jednak była odpowiedź twierdząca, można poprosić dziecko o wyjaśnienie.
4. Zatem, jak możemy sformułować cel?
Dzieci formułują cel: Dowiem się, co to jest ciąg arytmetyczny.
5. Jeden z nauczycieli podaje kryterium sukcesu i sprawdza, np. za pomocą świateł, jego zrozumienie (czerwone – nie rozumiem, żółte – rozumiem częściowo, zielone – rozumiem).
6. a) Zadanie, którego celem jest utworzenie ciągu. Uczniowie z tych samych klas pracują w parach.

Polecenie dla klasy III: Ułóż w wagonikach (4 wagoniki) odpowiednią liczbę klocków według instrukcji: w pierwszym wagoniku są trzy klocki, a w każdym następnym o dwa więcej.

Polecenie dla klasy VI: Wpisz w wagoniki (4 wagoniki) liczby według instrukcji: w pierwszym wagoniku jest liczba trzy, a w każdym następnym o dwa większa od poprzedniej.

b) Po ułożeniu para uczniów klasy III tłumaczy parze z klasy VI, jak wykonali zadanie, po czym następuje zmiana – para starszych uczniów tłumaczy swój sposób parze uczniów klasy III (uczniowie porównują materiał liczbowy z obrazowym).

c) Zaprezentowanie poprawnego rozwiązania (3, 5, 7, 9).

d) Co musimy mieć (jakie dane), aby podać wartości kolejnych wagoników (wyrazów)?

Rozmowa w grupach czteroosobowych – dwie osoby z klasy III, dwie z klasy VI. Uczniowie udzielają odpowiedzi: pierwszy wyraz i różnicę – najczęściej były to określenia opisujące, np. o ile się różni.

7. Zadanie: Jak obliczyć czwarty wyraz ciągu?

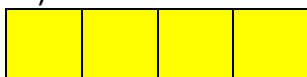
Jest to propozycja zadania z zastosowaniem narzędzia TOC – chmurki w wersji obrazkowej i liczbowej. Uczniowie zapoznają się z materiałem, dyskutują, a następnie zapisują wniosek i swój przykład. Podsumowanie na forum.

Przykłady, na podstawie których uczniowie formułują wnioski:

- Pierwszy wyraz to 6, a każdy następny jest o 1 większy (6, 7, 8, 9).
- Pierwszy wyraz to 5, a każdy następny jest o 2 większy. (5, 7, 9, 11).
- Pierwszy wyraz to 4, a każdy następny jest o 2 większy (4, 6, 8, 10).

Uwaga: Klasa III: pierwszy wagonik – jeden kolor, drugi – za pomocą dwóch kolorów, przykładowy rysunek:

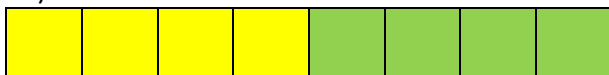
1)



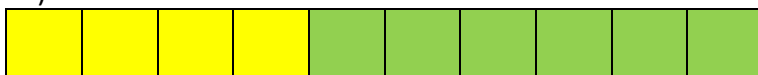
2)



3)



4)



8. Opcjonalnie można zadać pytanie: Czy macie pomysł, jak obliczyć dziesiąty lub setny wyraz ciągu? Uczniowie dyskutują w czwórkach mieszanych, po czym na forum.

9. Czy znamy ciągi arytmetyczne? Czy do tej pory posługiwaliśmy się ciągami?

Rozmowa w czwórkach mieszanych i na forum. Najczęściej pierwsza odpowiedź jest negatywna, natomiast później uczniowie jako pierwszy podają ciąg liczb naturalnych parzystych, nieparzystych, a jako ostatni ciąg liczb naturalnych.

10. A. **Zadanie:** Zapisz ciąg, gdzie pierwszy wyraz jest równy 10, a każdy następny jest o 2 większy od poprzedniego. Oblicz sumę trzech wyrazów ciągu.

Uczniowie pracują w grupach po dwie osoby klasy III i VI. Wykorzystują liczby dziesiętne (system dziesiętny – klocki podstawowe).

Rozwiązania: Liczby to : 10, 12, 14, a suma: $10 + 12 + 14 = 36$.

B. **Pytanie na podsumowanie:** A gdybyśmy wiedzieli, że różnica między kolejnymi wyrazami wynosi 4, a suma jest równa 36, to jak byśmy obliczyli wartości w poszczególnych wagonikach?

Dzieci podają różne rozwiązania.

11. Spróbujmy wykorzystać to, co poznaliśmy dzisiaj, rozwiązując zadanie.

Uczniowie pracują w tych samych czwórkach:

Zadanie: Tomek, Arek i Kasia mają razem 21 lat. Tomek jest najmłodszy, a każde następne dziecko jest o 4 lata starsze od poprzedniego. Ile lat ma każde z nich?

Rozwiązanie: $4 \cdot 3 = 12$; $21 - 12 = 9$; $9 : 3 = 3$; wyrazy: 3, 7, 11

Grupy po rozwiązaniu weryfikują jego poprawność.

12. Powrót do celu i kryterium – sprawdzenie realizacji za pomocą uniesionych kciuków lub świateł.

13. Prosimy uczniów o podsumowanie zajęć przez dokończenie wybranych przez nich zdań:

- Zaskoczyło mnie...
- Podobało mi się...

Wnioski po przeprowadzonych zajęciach były następujące (wypowiedzi uczniów):

- „Podobała mi się praca w grupach, prace z wykorzystaniem klocków oraz atmosfera”.
- „Zaskoczyło mnie, że nie wiedziałam, że istnieje taka nazwa jak ciąg arytmetyczny, a używamy go często, np. na lekcjach matematyki”.
- „Podobała mi się praca w grupie, myślenie i pomoc koleżeńska”.
- „Podobały mi się zadania z treścią”.
- „Zaskoczyło mnie to, że używaliśmy ciągu arytmetycznego wcześniej, tylko nie pod tą nazwą”.

Rekomendacje

- 1) Nauczyciel matematyki jako osoba wpierająca powinien zadbać o poczucie bezpieczeństwa nauczyciela edukacji wczesnoszkolnej (przede wszystkim pod kątem merytorycznym).
- 2) Uczniowie kilkakrotnie mieli różne propozycje zapisu. Ważne jest, aby mogli je porównać i zweryfikować ich poprawność, jak również porozmawiać o tym.
- 3) Nie należy unikać przedstawienia treści zadań w formie obrazkowej. Pod koniec lekcji nawet uczniowie klasy VI korzystali częściej z ilustracji, co tym bardziej jest korzystne, że na tym etapie trudno jest ich przekonać do samodzielnego wykonywania rysunków pomocniczych.
- 4) Korzystniejsze dla rozwijania myślenia jest stawianie uczniom pytań niż udzielanie wskazówek.